

2020 军队文职笔试考点集锦

《数学 1》

目 录

第一部分 高等数学.....	3
考点一：常用函数.....	3
考点二：常用极限.....	3
考点三：夹逼定理.....	3
考点四：区间可导与导函数的概念.....	3
考点五：基本求导公式.....	4
考点六：基本微分公式与微分法则.....	4
考点七：第一换元法（凑微分法）.....	4
考点八：二重积分的性质.....	4
第二部分 线性代数.....	5
考点一：行列式的展开定理.....	5
考点二：克莱姆法则.....	5
考点三：矩阵的运算.....	5
第三部分 概率论与数理统计.....	6
考点一：随机试验.....	6
考点二：样本空间 Ω ：.....	6
考点三：样本点 e ：.....	6
考点四：事件的运算律.....	6
考点五：概率的性质.....	7
考点六：常用公式.....	7
考点七：切比雪夫大数定律（一般情形）.....	8
考点八：棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理.....	8
考点九：典型模式.....	8

第一部分 高等数学

考点一：常用函数

复合函数：设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_f ，函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 Z_φ ，若集合 D_f 与 Z_φ 的交集非空，称函数 $y = f[\varphi(x)]$ 为函数 $y = f(u)$ 与 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数， u 为中间变量。

初等函数：由基本初等函数经过有限次的加、减、乘、除和复合所得到并且能用一个解析式表示的函数。

分段函数：若一个函数在其定义域的不同部分要用不同的式子表示其对应法则，则称其

为一个分段函数。如
$$f(x) = \begin{cases} \varphi(x), & a < x < b \\ \psi(x), & c < x < d \end{cases}$$
 即为分段函数。

考点二：常用极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, |q| < 1; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty, |q| > 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \quad (a > 0); \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2};$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}.$$

考点三：夹逼定理

若 $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ ，且 $\lim_{x \rightarrow \square} g(x) = \lim_{x \rightarrow \square} h(x) = A \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \square} f(x) = A$ 。

考点四：区间可导与导函数的概念

如果 $y = f(x)$ 在 (a, b) 的每一点都可导，称 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内可导，其中 $f'(x)$ 为导函数。

如果 $y = f(x)$ 在 (a, b) 内可导且在 a 点右可导，在 b 点左可导，则称 $y = f(x)$ 在 $[a, b]$

可导，其中 $f'(x)$ 为导函数。

考点五：基本求导公式

$$(1) y = c \quad (\text{常数}) \quad y' = 0 \quad (2) y = x^\alpha \quad (\alpha \text{ 为常数}), \quad y' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(3) y = a^x, \quad y' = a^x \ln a, \quad \text{特例 } (e^x)' = e^x$$

$$(4) y = \log_a^x (a > 0, a \neq 1), \quad y' = \frac{1}{x \ln a}, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(5) y = \sin x, \quad y' = \cos x \quad (6) y = \cos x, \quad y' = -\sin x$$

$$(7) y = \tan x, \quad y' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (8) y = \cot x, \quad y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(9) y = \sec x, \quad y' = \sec x \tan x \quad (10) y = \csc x, \quad y' = -\csc x \cot x$$

$$(11) y = \arcsin x, \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (12) y = \arccos x, \quad y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(13) y = \arctan x, \quad y' = \frac{1}{1+x^2} \quad (14) y = \operatorname{arc} \cot x, \quad y' = -\frac{1}{1+x^2}$$

考点六：基本微分公式与微分法则

$$(1) d[f(x) + g(x)] = df(x) + dg(x)$$

$$(2) d[f(x)g(x)] = g(x)df(x) + f(x)dg(x)$$

$$(3) d\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)df(x) - f(x)dg(x)}{g^2(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

考点七：第一换元法（凑微分法）

设 $f(u)$ 具有原函数 $F(u)$ ， $u = \varphi(x)$ 存在连续导数，则有换元公式。

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = F(u) + C = F[\varphi(x)] + C$$

考点八：二重积分的性质

$$(1) \iint_D [\alpha f(x, y) \pm \beta g(x, y)]d\sigma = \alpha \iint_D f(x, y)d\sigma \pm \beta \iint_D g(x, y)d\sigma, \quad \alpha, \beta \text{ 任意常数.}$$

(2) 若区域 D 分为两个部分区域 D_1, D_2 , 则

$$\iint_D f(x, y) d\sigma = \iint_{D_1} f(x, y) d\sigma + \iint_{D_2} f(x, y) d\sigma$$

(3) 若在 D 上, $f(x, y) \equiv 1$, σ 为区域 D 的面积, 则 $\sigma = \iint_D d\sigma$

(4) 若在 D 上 $f(x, y) \leq g(x, y)$, 则有 $\iint_D f(x, y) d\sigma \leq \iint_D g(x, y) d\sigma$ 。

特殊地 $\left| \iint_D f(x, y) d\sigma \right| \leq \iint_D |f(x, y)| d\sigma$ 。

第二部分 线性代数

考点一：行列式的展开定理

1. 余子式与代数余子式: $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$, 其中 M_{ij} 是 D 中去掉 a_{ij} 所在的第 i 行第 j 列全部元素后, 按原顺序排成的 $n-1$ 阶行列式, 称为元素 a_{ij} 的余子式, A_{ij} 为元素 a_{ij} 的代数余子式。

2. 行列式的展开定理: 行列式对任一行按下式展开, 其值相等, 即 $D = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}$ 。

考点二：克莱姆法则

n 个未知量 n 个方程的线性方程组, 在系数行列式不等于零时的方程组解法。

考点三：矩阵的运算

1. 矩阵的线性运算：加法

设 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ 和 $B = (b_{ij})_{m \times n}$, 规定

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}。$$

并称 $A + B$ 为 A 与 B 之和。

2. 矩阵的数量乘法(简称数乘): 设 k 是数域 R 中的任意一个数, $A = (a_{ij})_{m \times n}$, 规定

$$kA = (ka_{ij}) = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & a_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

。并称这个矩阵为 k 与 A 的数量乘积。

3. 矩阵的乘法, 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1s} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{ns} \end{pmatrix}$$

则 A 与 B 之乘积 AB (记作 $C = (c_{ij})$) 是一个 $m \times s$ 矩阵, 且 $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}$ 。即矩阵 $C = AB$

的第 i 行第 j 列元素 c_{ij} 是 A 的第 i 行 n 个元素与 B 的第 j 列相应的 n 个元素分别相乘的乘积之和。

第三部分 概率论与数理统计

考点一: 随机试验

具有以下特点的试验称为随机试验

- (1) 可以在相同的条件下重复地进行;
- (2) 每次试验的可能结果不止一个, 并且能事先明确试验的所有可能结果;
- (3) 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

考点二: 样本空间 Ω :

随机试验的所有可能结果组成的集合称为样本空间。

考点三: 样本点 e :

样本空间的元素, 即随机试验的每一可能结果称为样本点。

考点四: 事件的运算律

(1) 交换律: $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$.

(2) 结合律: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C; (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

(3) 分配律: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

(4) 德摩根律 (对偶律): $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.

考点五: 概率的性质

1) 非负性: $\forall A \subseteq \Omega, 0 \leq P(A) \leq 1$

2) 规范性: $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$

3) 有限可加性: 设 A_1, A_2, \dots, A_n 是两两互不相容的事件, 即对于 $A_i A_j = \emptyset, i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots$, 则有 $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.

4) 逆事件的概率 对于任一事件 A , 有 $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

考点六: 常用公式

1) 减法公式: 设 A, B 是任意两个事件, 则有 $P(A - B) = P(A) - P(AB)$.

若 $B \subset A$, 则有 $P(A - B) = P(A) - P(B), P(B) \leq P(A)$.

2) 加法公式: 对于任意两随机事件 A, B 有: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

对于 3 个事件的概率加法公式:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$$

3) 贝叶斯公式 (逆概率公式)

B_1, B_2, \dots, B_n 是完备事件组, $P(A) > 0, P(B_i) > 0, i = 1, 2, \dots, n$, 则

$$P(B_j | A) = \frac{P(B_j)P(A|B_j)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

若事件 A, B 相互独立, 则 A 与 \overline{B} , \overline{A} 与 B , \overline{A} 与 \overline{B} 也相互独立.

三个事件的独立性 设 A, B, C 是三个事件, 如果满足等式

$$\left. \begin{aligned} P(AB) &= P(A)P(B) \\ P(AC) &= P(A)P(C) \\ P(BC) &= P(B)P(C) \\ P(ABC) &= P(A)P(B)P(C) \end{aligned} \right\} \Rightarrow A, B, C \text{ 相互独立.}$$

4) 二项概率公式: 设在每次试验中, 事件 A 发生的概率 $P(A) = p (0 < p < 1)$, 则在 n 重伯努利试验中, 事件 A 发生 k 次的概率为 $B_k(n, p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k = 0, 1, 2, \dots, n)$

考点七: 切比雪夫大数定律 (一般情形)

设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 是由两两不相关 (或两两独立) 的随机变量所构成的序列, 分别具有数学期望 $E(X_1), E(X_2), \dots, E(X_n), \dots$ 和方差 $D(X_1), D(X_2), \dots, D(X_n), \dots$, 并且方差有公共上界, 即存在正数 M , 使得 $D(X_n) \leq M, n = 1, 2, \dots$, 则对于任意给定的正数 ε , 总

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n EX_k \right| < \varepsilon \right\} = 1$$

考点八: 棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理

设随机变量 X_n 服从参数为 n 和 p 的二项分布, 即 $X_n \sim B(n, p) (0 < p < 1, n = 1, 2, \dots)$, 则对于任意实数 x , 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq x \right\} = \Phi(x)$$

考点九: 典型模式

设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立, 都服从标准正态分布 $N(0, 1)$, 则随机变量 $\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ 服从自由度为 n 的 χ^2 分布, 记作 $\chi^2 \sim \chi^2(n)$.

$$\chi^2(n) \text{ 分布的概率密度为: } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$