

数量关系

必做
100
题

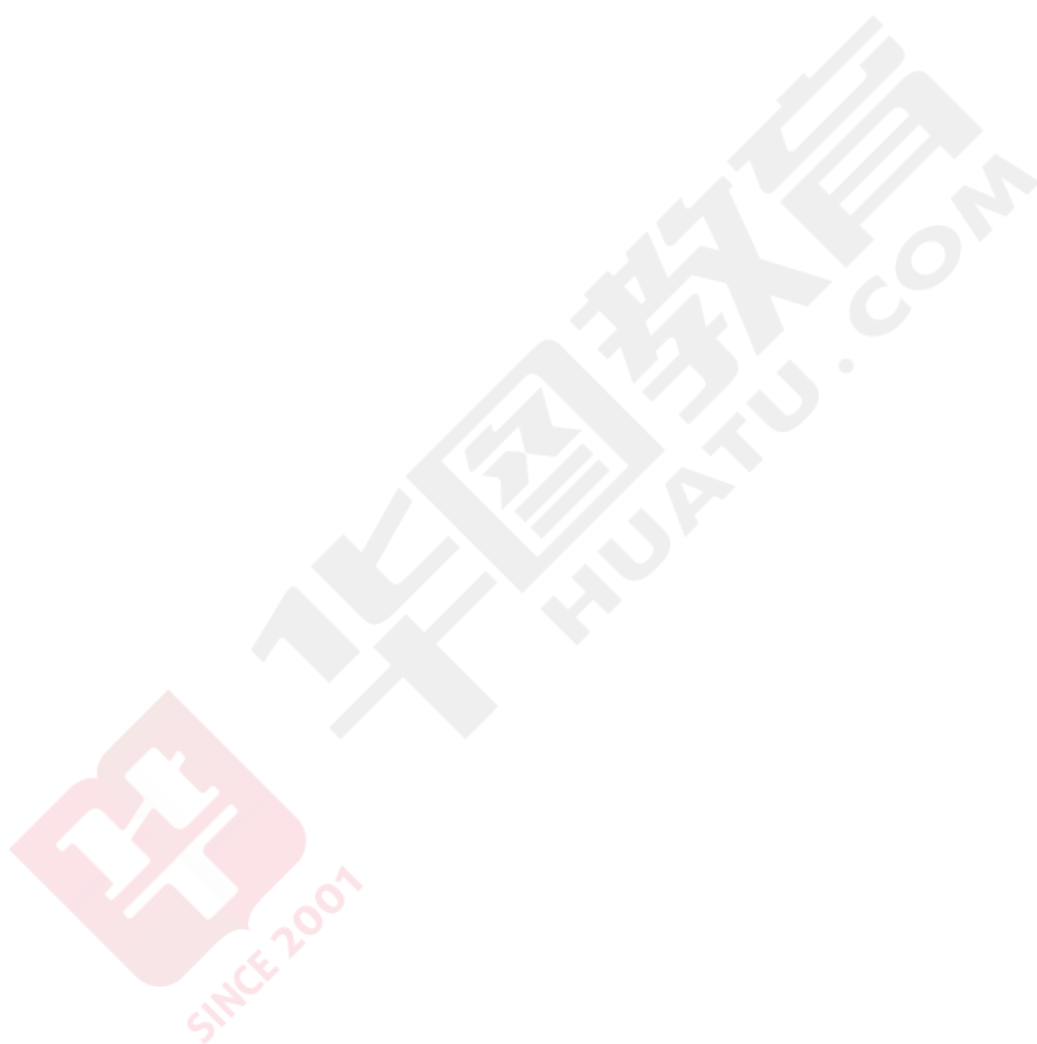
记得，好好做题



目 录

专题 1 代入排除法.....	1
题型概述.....	1
必做题.....	1
硬核解析.....	2
必杀技.....	4
专题 2 方程法.....	5
题型概述.....	5
必做题.....	5
硬核解析.....	6
必杀技.....	8
专题 3 工程问题.....	9
题型概述.....	9
必做题.....	9
硬核解析.....	10
必杀技.....	12
专题 4 经济利润问题.....	14
题型概述.....	14
必做题.....	14
硬核解析.....	15
必杀技.....	17
专题 5 行程问题.....	19
题型概述.....	19
必做题.....	19
硬核解析.....	20
必杀技.....	22
专题 6 容斥问题.....	24
题型概述.....	24
必做题.....	24
硬核解析.....	25
必杀技.....	27
专题 7 排列组合问题.....	30
题型概述.....	30
必做题.....	30
硬核解析.....	31
必杀技.....	33
专题 8 概率问题.....	35
题型概述.....	35
必做题.....	35
硬核解析.....	36
必杀技.....	39
专题 9 几何问题.....	40
题型概述.....	40
必做题.....	40

硬核解析.....	42
必杀技.....	45
专题 10 最值问题.....	47
题型概述.....	47
必做题.....	47
硬核解析.....	48
必杀技.....	50



专题 1 代入排除法

题型概述

代入排除法，就是将选项的数值依次代入题干，若与已知条件相矛盾，排除；若符合其中一个条件，则列为备选答案；若符合所有已知条件，即为答案。

此类题型的特征有以下三类：(1) 选项信息充分：选项为两个及以上数据。(2) 固定题型：年龄问题、星期日期问题、多位数问题等。(3) 复杂题型：间歇行程问题、递推增加问题、多次操作问题等。

必做题

1. 某汽车厂商生产甲、乙、丙三种车型，其中乙型产量的3倍与丙型产量的6倍之和等于甲型产量的4倍，甲型产量与乙型产量的2倍之和等于丙型产量的7倍。则甲、乙、丙三型产量之比为：

- A. 5 : 4 : 3
B. 4 : 3 : 2
C. 4 : 2 : 1
D. 3 : 2 : 1

2. 已知赵先生的年龄是钱先生的年龄的2倍，钱先生比孙先生小7岁，三位先生的年龄之和是小于70的素数，且素数的各位数字之和为13，那么，赵、钱、孙三位先生的年龄分别为：

- A. 30岁，15岁，22岁
B. 36岁，18岁，13岁
C. 28岁，14岁，25岁
D. 14岁，7岁，46岁

3. 一名顾客购买两件均低于100元的商品，售货员在收款时错将其中一件商品标价的个位数和十位数弄反了，该顾客因此少付了27元。被弄错价格的这件商品的标价不可能是()元。

- A. 42
B. 63
C. 85
D. 96

4. 孙儿孙女的平均年龄是10岁，孙儿年龄的平方减去孙女年龄的平方所得的数值，正好是爷爷出生年份的后两位，爷爷生于上个世纪40年代。问孙儿孙女的年龄差是多少岁？

- A. 2
B. 4
C. 6
D. 8

5. 甲乙两人计划从A地步行去B地，乙早上7:00出发，匀速步行前往，甲因事耽搁，9:00才出发。为了追上乙，甲决定跑步前进，跑步的速度是乙步行速度的2.5倍，但每跑半小时都需要休息半小时，那么甲什么时候才能追上乙？

- A. 10:20
B. 12:10
C. 14:30
D. 16:10

6. 张某和李某在同一家公司工作，其2017年的月薪都是10000元。已知张某和李某加入公司第一年的月薪都是4000元，张某每年的月薪都比上一年上涨Y元，而李某每年的月薪都比上一年上涨Y+200元。则张某在公司最少工作了几年？

- A. 6
B. 5
C. 4
D. 3

7. A、B两桶中共装有108公斤水。从A桶中取出 $\frac{1}{4}$ 的水倒入B桶，再从B桶中取出 $\frac{1}{4}$ 的

水倒入 A 桶，此时两桶中水的重量刚好相等。问 B 桶中原来有多少公斤水？

- A. 42
B. 48
C. 50
D. 60

8. 一家三口，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁。1995 年，一家三口的年龄之和为 62。那么，2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是：

- A. 23, 51, 57
B. 24, 50, 57
C. 25, 51, 57
D. 26, 52, 58

9. 办公室工作人员使用红、蓝两种颜色的文件袋装 29 份相同的文件。每个红色文件袋可以装 7 份文件，每个蓝色文件袋可以装 4 份文件。要使每个文件袋都恰好装满，需要红色、蓝色文件袋的数量分别为（ ）个。

- A. 1、6
B. 2、4
C. 3、2
D. 4、1

10. 小李的弟弟比小李小 2 岁，小王的哥哥比小王大 2 岁、比小李大 5 岁。1994 年，小李的弟弟和小王的年龄之和为 15。问 2014 年小李与小王的年龄分别为多少岁？

- A. 25、32
B. 27、30
C. 30、27
D. 32、25

硬核解析

1. 【答案】D

【解题思路】根据“等于”甲型产量的 4 倍可得， $3乙 + 6丙 = 4甲$ ；根据“等于”丙型产量 7 倍可得， $甲 + 2乙 = 7丙$ 。代入选项计算，A 选项： $3 \times 4 + 6 \times 3 \neq 4 \times 5$ ，排除；同理排除 B、C。因此，选择 D 选项。

解法二：

由 $4甲 = 3乙 + 6丙$ 可知，3 乙、6 丙中都包含因子 3，故 4 甲必为 3 的倍数，即甲必为 3 的倍数，只有 D 选项符合。因此，选择 D 选项。

2. 【答案】A

【解题思路】根据“比”可知 $孙 - 钱 = 7$ ，代入 A 选项符合，同理，验证其他选项均不符合，故排除 BCD。因此，选择 A 选项。

3. 【答案】A

【解题思路】根据“少”付了 27 元，依次代入选项，A 选项： $42 - 24 = 18$ 元，则“不可能”是 42 元。因此，选择 A 选项。

4. 【答案】A

【解题思路】设孙儿、孙女年龄分别为 x 、 y 岁，由“平均”年龄 10 岁可知， $x + y = 20$ ①。由“上世纪 40 年代”知爷爷出生在 1940~1949 年。根据孙儿孙女年龄的平方差“正好是”爷爷出生年份后两位可得， $40 \leq x^2 - y^2 \leq 49$ ，即 $40 \leq (x + y)(x - y) \leq 49$ ②。

第三步，①代入②化简得： $40 \leq 20(x - y) \leq 49$ 。代入选项，只有 A 项： $x - y = 2$ 符合题意。因此，选择 A 选项。

【拓展】平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。

5. 【答案】 C

【解题思路】根据甲的速度“是”乙的2.5倍，赋值乙步行速度为12，甲跑步速度为 $12 \times 2.5 = 30$ ，休息时速度为0。由“每”跑半小时都需要休息半小时可知为间歇行程问题，依次代入选项：

代入A，当10:20时甲跑 $30 \times \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{2} + 30 \times \frac{1}{3} = 25$ ，乙走 $12 \times 3 \frac{1}{3} = 40$ ，未追上。排除；

代入B，当12:10时甲跑 $30 \times \frac{1}{2} \times 3 + 0 \times \frac{1}{2} \times 3 + 30 \times \frac{1}{6} = 50$ ，乙走 $12 \times 5 \frac{1}{6} = 62$ ，未追上，排除；

代入C，当14:30时甲跑 $30 \times \frac{1}{2} \times 5 + 0 \times \frac{1}{2} \times 5 + 30 \times \frac{1}{2} = 90$ ，乙走 $12 \times 7 \frac{1}{2} = 90$ ，刚好“追上”。

因此，选择C选项。

6. 【答案】 A

【解题思路】代入排除法，从最小选项开始代入，先代入D选项，如Y为2000元，则 $Y+200$ 元=2200元，不能被 $10000-4000=6000$ 整除，错误；同理B、C均不符合年份为整数的条件。代入A选项，则张某每年上涨Y为1000元，李某每年上涨1200元，张某一共上涨6年，因此最少工作了6年。因此，选择A选项。

解法二：张某李某的月薪都涨了6000，由于涨的钱数是年数和Y、 $(Y+200)$ 的乘积，因此Y、 $(Y+200)$ 都是6000的约数，可推算出Y最大只能取1000。涨了6次，因此最少工作了6年。因此，选择A选项。

7. 【答案】 D

【解题思路】代入排除法。最后两桶水中各有54公斤水。代入D项60。则A桶原有水量为48公斤， $48 \times \frac{1}{4} = 12$ ， $12 + 60 = 72$ ， $72 \times \frac{1}{4} = 18$ ， $72 - 18 = 54$ ，满足题意。

8. 【答案】 B

【解题思路】

第一步，标记量化关系“比”、“比”。

第二步，年龄问题可以优先考虑代入排除法。妈妈“比”儿子大26岁，爸爸“比”儿子大33岁，代入选项后，只有B选项符合。因此，选择B选项。

9. 【答案】 C

【解题思路】

第一步，问题为“红色、蓝色文件袋的数量”，选项分别给出红、蓝色文件袋的个数，即选项给出2个数据，优先考虑代入排除法。

第二步，根据“装29份相同的文件”，设红、蓝文件袋数量分别为 x 、 y 个，则可得

$$7x + 4y = 29。$$

第三步，依次代入选项：

A项： $7 \times 1 + 4 \times 6 = 31 \neq 29$ ，排除；

B项： $7 \times 2 + 4 \times 4 = 30 \neq 29$ ，排除；

C项： $7 \times 3 + 4 \times 2 = 29$ ，符合题意。

因此，选择C选项。

10. 【答案】 B

【解题思路】

第一步，读题干关键词：年龄，确定为年龄问题。同时，观察每个选项有两个数据，则其还属于选项信息充分，优先考虑代入排除法。

第二步，当题干已知条件较多时，通常从问题入手，**优先找与问题相关的已知条件**。则寻找小李和小王的关系，根据小王的哥哥“比”小王大2岁，“比”小李大5岁可得，小李比小王小3岁。

第三步，依次代入选项，A、D选项年龄差7岁（ $32 - 25 = 7$ ），排除。B、C年龄差3岁（ $30 - 27 = 3$ ），符合，且小李年龄较小，因此，选择B选项。

解法二：

由“小王比小李大3岁”、“小李弟弟比小李小2岁”，可得小王比小李的弟弟大5岁。

设1994年小王年龄为 x ，小李的弟弟为 y ，可得方程组：
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 5 \end{cases}$$
，解得 $x = 10$ ， $y = 5$ 。

故2014年小王 $10 + 20 = 30$ 岁，小李为 $30 - 3 = 27$ 岁。因此，选择B选项。

必杀技

1，代入排除法的思路：

能不能代入-找代入条件-依次代入选项排除

2，代入排除法的选项原则：

(1) 最值原则：当出现“最多”“最大”时，可优先从选项“最大”的数值代入。同理，问“最小”“最少”可从选项“最小”的数值代入。

(2) 最简原则：当选项数据较大时，可优先从最简单选项代入运算，例如整十整百的数，可简化计算。

专题2 方程法

题型概述

方程法，就是根据题干信息找等量关系式，设未知数变量，通过方程或方程组求解得到答案。公考中，方程还会以方程问题题型出现，包括基本方程（组）和不定方程（组）。

方程法思路：找等量关系-设未知数-解方程

必做题

1. 给贫困学校送一批图书，如果每个学校送80本书，则多出了340本，如果每个学校送90本书，则少60本。问这批书一共有多少本？

- A. 3680
B. 3760
C. 3460
D. 3540

2. 甲、乙和丙是同一公司的同事，甲工资为8000元/月，乙工资为7200元/月，丙工资比3人工资的平均值高400元/月。问丙的工资为多少元/月？

- A. 7800
B. 8000
C. 8200
D. 8400

3. 租车公司的商务车数量比小客车少16辆，某日租出商务车、小客车各16辆后，剩下的小客车数量正好是商务车的3倍。问该公司商务车和小客车数量之比是多少？

- A. 2 : 5
B. 3 : 5
C. 4 : 7
D. 5 : 7

4. 年终某大型企业的甲、乙、丙三个部门评选优秀员工，已知甲、乙部门优秀员工数分别占三个部门总优秀员工数的 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{2}{5}$ ，且甲部门优秀员工数比丙部门的多12人，问三个部门共评选出优秀员工多少人？

- A. 120
B. 150
C. 160
D. 180

5. 公司销售部门共有甲、乙、丙、丁四个销售小组，本年度甲组销售金额是该部门销售金额总数的 $\frac{1}{3}$ ，乙组销售金额是另外三个小组总额的 $\frac{1}{4}$ ，丙组销售金额比丁组销售金额多200万元，比甲组少200万元。问销售部门销售总金额是多少万元？

- A. 1800
B. 2400
C. 3000
D. 3600

6. 小黎去水果店买牛油果、火龙果，向老板问了价格后，老板的答复是“2个牛油果、3个新鲜火龙果一共32元；特价火龙果10元3个。”小黎最后买了5个牛油果和8个新鲜火龙果，花了82元，但是回家发现有2个牛油果坏了，她赶回水果店要求老板退换，老板答应了。那么，小黎可以换：

- A. 3个新鲜火龙果、1个牛油果
B. 3个特价火龙果、1个牛油果
C. 2个新鲜火龙果、3个特价火龙果
D. 6个新鲜火龙果

7. 某火车站有一、二、三号三个售票窗口，某天一号以外的窗口卖出了746张票，二号以外的窗口卖出了726张票，三号以外的窗口卖出了700张票。问当天该站共售车票多少张？

- A. 1086
B. 988
C. 986
D. 980
8. 某班有56名学生，每人都参加了 a 、 b 、 c 、 d 、 e 五个兴趣班中的其中一个。已知有27人参加 a 兴趣班，参加 b 兴趣班的人数第二多，参加 c 、 d 兴趣班的人数相同， e 兴趣班的参加人数最少，只有6人，问参加 b 兴趣班的学生有多少个？
A. 7个
B. 8个
C. 9个
D. 10个
9. 某批发市场有大、小两种规格的盒装鸡蛋，每个大盒里装有23个鸡蛋，每个小盒里装有16个鸡蛋。餐厅采购员小王去该市场买了500个鸡蛋，则大盒装一共比小盒装：
A. 多2盒
B. 少1盒
C. 少46个鸡蛋
D. 多52个鸡蛋
10. 甲买了3支签字笔、7支圆珠笔和1支铅笔，共花了32元，乙买了4支同样的签字笔、10支圆珠笔和1支铅笔，共花了43元。如果同样的签字笔、圆珠笔、铅笔各买一支，共用多少钱？
A. 21元
B. 11元
C. 10元
D. 17元

硬核解析

1. 【答案】 D

【解题思路】 设学校有 x 个，根据“每”个学校送80本、“每”个学校送90本，可列方程 $80x + 340 = 90x - 60$ ，解得 $x = 40$ 。这批图书“共” $80 \times 40 + 340 = 3540$ 本。因此，选择D选项。

2. 【答案】 C

【解题思路】 根据“丙工资比3人工资的平均值高400元/月”确定本题使用方程法。围绕着三人总工资等于每个人的工资的加和列方程。设3人的平均工资为 x 元/月，则丙的工资为 $(x + 400)$ 元/月。则可列方程： $3x = 8000 + 7200 + (x + 400)$ 。解方程得 $x = 7800$ ，则丙的工资为 $7800 + 400 = 8200$ 元。因此，选择C选项。

3. 【答案】 B

【解题思路】 设小客车为 x 辆，则商务车为 $x - 16$ 辆。商务车、小客车各租出16辆后，则“剩下”的小客车为 $x - 16$ ，“剩下”的商务车为 $x - 16 - 16 = x - 32$ ，根据“是”三倍可得 $x - 16 = 3(x - 32)$ ，解得 $x = 40$ 。所以商务车与小客车的比为 $24 : 40 = 3 : 5$ 。因此，选择B选项。

4. 【答案】 D

【解题思路】 甲乙两部门分别占优秀员工的 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{2}{5}$ ，则三个部门总人数一定是3和5的倍数。

设员工总数为 $15x$ ，甲部门有 $5x$ 人，乙部门有 $6x$ 人，则丙部门有 $4x$ 人，甲比丙多12人，则有 $5x - 4x = 12$ ，解得 $x = 12$ 。总人数为 $15x = 15 \times 12 = 180$ 人。因此，选择D选项。

5. 【答案】 C

【解题思路】 乙组“是”另外三个小组总额的 $\frac{1}{4}$ ，则乙组是部门销售总额的 $\frac{1}{5}$ ，又甲组是部门销售总额的 $\frac{1}{3}$ 。设部门销售金额总数为 $15x$ ，则甲为 $5x$ ，乙为 $3x$ 。又丙“比”甲200万元，则丙为 $5x - 200$ ；丙“比”丁多200万，则丁为 $5x - 400$ 。部门总额

$15x = 5x + 3x + (5x - 200) + (5x - 400)$ ，解得 $x = 200$ ，销售总额为 $15x = 3000$ 万元。因此，选择C选项。

6. 【答案】 B

【解题思路】 设牛油果单价为 a ，新鲜火龙果单价为 b ，根据题意可列方程：
$$\begin{cases} 2a + 3b = 32 \\ 5a + 8b = 82 \end{cases}$$

解得 $a = 10$ ， $b = 4$ 。则小黎可以退换价值20元的水果。A项中的水果价值22元，B项中的水果价值20元，C项中的水果价值18元，D项中的水果价值24元，因此小黎换B项中的水果是等价的。因此，选择B选项。

7. 【答案】 A

【解题思路】 设共售车票 x ，根据一号“以外”卖出746张，可知一号窗口售出 $x - 746$ ，同理可得，二、三号窗口售出 $x - 726$ 、 $x - 700$ ，则 $x = (x - 746) + (x - 726) + (x - 700)$ ，解得 $x = 1086$ 张。因此，选择A选项。

解法二：

设三个窗口分别卖出 x 、 y 、 z 张，可得
$$\begin{cases} y + z = 746 \\ x + z = 726 \\ x + y = 700 \end{cases}$$
，三式相加可得 $2 \times (x + y + z) = 2172$ ，

即 $x + y + z = 1086$ 张。因此，选择A选项。

8. 【答案】 C

【解题思路】 设 b 班人数为 x ， c 、 d 班的人数“相同”为 y 。由 b 班人数“第二多”， e 班人数“最少”，则各班人数关系大小排序： $27 > x > y > 6$ 。该班有56名学生， $56 = 27 + x + y + y + 6$ ，即 $x + 2y = 23$ ，其中 $2y$ 是偶数，23为奇数，则 x 为奇数，排除B、D。第三步，代入A选项，当 $x = 7$ 时， $y = 8$ ，则 $x < y$ ，不符合题意，排除。因此，选择C选项。

【拓展】 C选项：当 $x = 9$ 时， $y = 7$ ，符合题意。

9. 【答案】 D

【解题思路】 设大盒、小盒分别使用 x 、 y 个，可列方程： $23x + 16y = 500$ 。

因为 $16y$ 、 500 均为4的倍数，所以 $23x$ 也为4的倍数。若 $x = 4$ ，解得 $y = 25.5$ 为非整数，排除；若 $x = 8$ ， $y = 19.75$ ，排除；若 $x = 12$ ， $y = 14$ ，符合。 $23 \times 12 - 16 \times 14 = 52$ 个，即大盒装一共比小盒装多52个。因此，选择D选项。

【拓展】 在 $ax + by = c$ 的等式中，若 ax 、 by 、 c 中有2个数能被 n 整除，那么另一个数也能被 n 整除。（ a 、 b 、 c 为整数）

10. 【答案】 C

【解题思路】 设签字笔、圆珠笔、铅笔的单价分别为 x 、 y 、 z 元，根据“共”花32元、“共”

花43元，可得
$$\begin{cases} 3x + 7y + z = 32 \text{①} \\ 4x + 10y + z = 43 \text{②} \end{cases}$$
， $\text{①} \times 3 - \text{②} \times 2$ ，可得 $x + y + z = 10$ ，即签字笔、圆珠笔、

铅笔各买一支“共”用10元。因此，选择C选项。

解法二：

设签字笔、圆珠笔、铅笔的单价分别为 x 、 y 、 z 元，可得
$$\begin{cases} 3x + 7y + z = 32 \\ 4x + 10y + z = 43 \end{cases}$$
。令 $y = 0$ ，得

$$\begin{cases} 3x + z = 32 \\ 4x + z = 43 \end{cases}$$
，解得 $x = 11$ ， $z = -1$ ，故三种笔各买一支共用 $11 + 0 + (-1) = 10$ 元。因此，选

择 C 选项。

必杀技

1. 如何找等量关系？

(1) 常见表示等量关系的词：“总量”、“共”、“等于”、“比…多/少”、“是…倍”等。

(2) 常见默认的等量关系：总量=效率×时间、路程=速度×时间、溶质=溶液×浓度等。

2. 如何设未知数？

- (1) 设所求量；
- (2) 设中间变量；
- (3) 设 Nx 。

3. 如何解方程？

(1) 基本方程

- ①去分母；
- ②去括号；
- ③移项；
- ④合并同类项；
- ⑤系数化为 1 求得未知数的值。

(2) 基本方程组

- ①代入消元法；
- ②加减消元法；
- ③整体消元法。

(3) 不定方程（组）

- ①代入排除：将选项作为已知量，代入题干是否满足题意；
- ②数字特性（2、3、5）：奇偶特性、倍数特性、尾数特性；
- ③赋“0”法。

专题3 工程问题

题型概述

工程问题是研究工作总量、工作时间和工作效率三者关系的题目，通常阐述为某队或某几台机器（或多队、多台机器）间通过合作或提高效率，在不同的时间节点完成的任务，俗称“干活”问题。例如甲乙两个工程队修路、冰箱工作耗电、小明写作业、水管向水池注水等。

工程问题为基础题型，几乎每年都考查。国考地市级共10道题，每年约考查1道。国考省部级共15道题，每年约考查2道，考查频率较高。联考每年的题量在10~15道左右，基本每年1道。

工程问题整体难度不高，变化形式相对较小，因此，可在考试时优先选择工程问题进行解答，考生应高度重视这类题型。

工程问题主要分为给定时间型、效率制约型和条件综合型三类，其中给定时间型和效率制约型考查频率较高，多采用赋值法解题。总体来说，给定时间型题目相对简单，为基础题型，效率制约题目难度中等。条件综合型近年来考查频率较低，多采用方程法解题。

必做题

- 两根同样长的蜡烛，点完粗蜡烛要3小时，点完细蜡烛要1小时。同时点燃两根蜡烛，一段时间后，同时熄灭，发现粗蜡烛的长度是细蜡烛的3倍。问两根蜡烛燃烧了多长时间？
A. 30分钟
B. 35分钟
C. 40分钟
D. 45分钟
- 某蓄水池有一进水口A和一出水口B，池中无水时，打开A口关闭B口，加满整个蓄水池需2小时；池中满水时，打开B口关闭A口，放干池中水需1小时30分钟。现池中有占总容量 $\frac{1}{3}$ 的水，问同时打开A、B口，需多长时间才能把蓄水池放干？
A. 90分钟
B. 100分钟
C. 110分钟
D. 120分钟
- 有两箱数量相同的文件需要整理。小张单独整理好一箱文件要用4.5小时，小钱要用9小时，小周用3小时。小周和小张一起整理第一箱文件，小钱同时开始整理第二箱文件。一段时间后，小周又转去和小钱一起整理第二箱文件，最后两箱文件同时整理完毕。则小周和小张、小钱一起整理文件的时间分别是：
A. 1小时，2小时
B. 1.5小时，1.5小时
C. 2小时，1小时
D. 1.2小时，1.8小时
- 夏天干旱，甲、乙两家请人来挖井，阴天时，甲家挖井需要8天，乙家需要10天；晴天时，甲家工作效率下降40%，乙家工作效率下降20%，两家同时开工并同时挖好井，问甲家挖了几个晴天？
A. 2天
B. 8天
C. 10天
D. 12天
- 某商铺甲乙两组员工利用包装礼品的边角料制作一批花朵装饰门店。甲组单独制作需要10小时，乙组单独制作需要15小时，现两组一起做，期间乙组休息了1小时40分，完

成时甲组比乙组多做300朵。问这批花有多少朵？

- A. 600
B. 900
C. 1350
D. 1500

6. 甲、乙、丙三人共同完成一项工程，他们的工作效率之比是5:4:6。先由甲、乙两人合做6天，再由乙单独做9天，完成全部工程的60%。若剩下的工程由丙单独完成，则丙所需要的天数是：

- A. 9
B. 11
C. 10
D. 15

7. 一项工程由甲、乙、丙三个工程队共同完成需要15天，甲队与乙队的工作效率相同，丙队3天的工作量与乙队4天的工作量相当。三队同时开工2天后，丙队被调往另一工地，甲、乙两队留下继续工作。那么，开工22天以后，这项工程：

- A. 已经完工
B. 余下的量需甲乙两队共同工作1天
C. 余下的量需乙丙两队共同工作1天
D. 余下的量需甲乙丙三队共同工作1天

8. 某检修工作由李和王二人负责，两人如一同工作4天，剩下工作量李需要6天，或王需要3天完成。现李和王共同工作了5天，则剩下的工作李单独检修还需几天完成？

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5

9. 甲、乙两人用相同工作时间共生产了484个零件，已知生产1个零件甲需5分钟、乙需6分钟，则甲比乙多生产的零件数是：

- A. 40个
B. 44个
C. 45个
D. 46个

10. 工厂有5条效率不同的生产线。某个生产项目如果任选3条生产线一起加工，最快需要6天整，最慢需要12天整；5条生产线一起加工，则需要5天整。问如果所有生产线的产能都扩大一倍。任选2条生产线一起加工最多需要多少天完成？

- A. 11
B. 13
C. 15
D. 30

硬核解析

1. 【答案】D

【解题思路】根据“同样”长，可赋值蜡烛的长度为3（1和3的公倍数），则粗、细蜡烛每小时燃烧长度分别为1和3；设燃烧了 x 小时，由“是”3倍可得， $3-x=3(3-3x)$ 。解得 $x=\frac{3}{4}$ ，即45分钟。因此，选择D选项。

解法二：

两根蜡烛长度相同，要使得粗蜡烛的长度是细蜡烛的3倍，则细蜡烛燃烧超过其总长 $\frac{2}{3}$ ，即燃烧时间要大于40分钟。因此，选择D选项。

2. 【答案】D

【解题思路】赋值水池的容量为360（120、90的公倍数），则A的效率为 $\frac{360}{120}=3$ ，B

的效率为 $\frac{360}{90}=4$ 。根据现池中有“占”总容量 $\frac{1}{3}$ ，则现有水量 $360 \times \frac{1}{3}=120$ ，故同时打开

A、B口，将蓄水池“放干”需 $\frac{120}{4-3}=120$ 分钟。因此，选择D选项。

3. 【答案】A

【解题思路】由“单独”可赋值一箱文件的工作量为9，则小张、小钱、小周的工作效率分别为2、1、3。根据“同时”开始、“同时”结束，可得整理两箱文件的总时间为 $\frac{2 \times 9}{2+1+3}=3$ 小时。对于第一箱文件，小张3小时的工作量为 $2 \times 3=6$ ，小周工作量为 $9-6=3$ ，则小周和小张一起整理的时间为 $3 \div 3=1$ 小时，小周和小钱一起整理的时间为 $3-1=2$ 小时。因此，选择A选项。

解法二：

设小周和小张一起整理的时间为 t ，则小周和小钱一起整理的时间为 $3-t$ 。由工作量相等得， $2 \times 3 + 3t = 1 \times 3 + 3(3-t)$ ，解得 $t=1$ 小时。因此，选择A选项。

4. 【答案】C

【解题思路】赋值挖井工作总量为40(8、10的公倍数)，则阴天时，甲效率为 $40 \div 8=5$ ，乙效率为 $40 \div 10=4$ 。晴天时，甲效率“下降”40%，变为 $5 \times (1-40\%)=3$ ；乙“下降”20%，变为 $4 \times (1-20\%)=3.2$ 。设挖井过程中有 x 个阴天， y 个晴天，根据甲、乙“同时”开工“同时”挖好，可得

$$\begin{cases} 5x+3y=40 \\ 4x+3.2y=40 \end{cases}$$
，解得 $x=2$ ， $y=10$ ，即甲家挖了10个晴天。因此，选择C

选项。

【拓展】若将问题看成阴天，易误选A。

5. 【答案】B

【解题思路】

第一步，标记量化关系“一起”、“休息”、“比”。

第二步，赋值总量为30朵(10和15的公倍数)，则甲的效率为3朵，乙为2朵。根据“一起”和“休息”得到， $30=3t+2(t-\frac{5}{3})$ ，解得 $t=\frac{20}{3}$ 。

第三步，甲比乙多做 $3 \times \frac{20}{3} - 2 \times (\frac{20}{3} - \frac{5}{3}) = 10$ 朵，由于实际上甲组“比”乙组多做300朵，两者关系为30倍，故答案为赋值30朵的30倍，即900朵。因此，选择B选项。

6. 【答案】C

【解题思路】由效率“之比”是5:4:6，赋值甲、乙、丙的效率分别为5、4、6。根据甲、乙合作6天，“再”由乙单独做9天，完成全部工程的60%，可得工程总量为 $\frac{(5+4) \times 6 + 4 \times 9}{60\%} = 150$ 。故“剩下”的工程量为 $150 \times 40\% = 60$ ，丙单独完成需要 $60 \div 6 = 10$

天。因此，选择C选项。

7. 【答案】D

【解题思路】根据丙3天与乙4天的工作量“相当”可知，乙、丙的效率比为3:4(总量一定，效率与时间成反比)；根据甲与乙的工作效率“相同”可知，甲、乙、丙的效率比为3:3:4，赋值三者的效率分别为3、3、4。通过“共同”完成需要15天得，工作总量为 $(3+3+4) \times 15 = 150$ 。由2天“后”可知，丙工作了2天，甲和乙工作了22天，则剩余的工作量为 $150 - 4 \times 2 - (3+3) \times 22 = 10$ ，故需要甲乙丙共同工作1天完成。因此，选择D选项。

8. 【答案】 B

【解题思路】 相同的工作量，李 6 天完成而王 3 天完成，则李和王的效率比为 1:2 (总量一定，效率与时间成反比)。赋值李效率为 1，王效率为 2，则工作总量为 $4 \times (1+2) + 6 \times 1 = 18$ 。设共同工作 5 天后，李“还”需单独做 x 天完成，得 $18 = 5 \times (1+2) + 1 \times x$ ，解得 $x = 3$ 。因此，选择 B 选项。

9. 【答案】 B

【解题思路】 根据甲、乙工作时间“相同”，设时间皆为 t 分钟，根据“共”同生产 484 个零件，可得方程 $\frac{t}{5} + \frac{t}{6} = 484$ ，解得 $t = 1320$ 。甲比乙“多”生产 $\frac{1320}{5} - \frac{1320}{6} = 44$ 个。因此，选择 B 选项。

解法二：

根据甲、乙的时间比为 5:6，则效率比为 6:5 (总量一定，效率与时间成反比)。根据共生产 484 个，可得甲比乙多生产 $\frac{484}{6+5} \times (6-5) = 44$ 个。因此，选择 B 选项。

10. 【答案】 C

【解题思路】

第一步，标记量化关系“扩大”、“最多”。

第二步，赋值总量为 60 (6、12 和 5 的公倍数)，则全部五条的效率为 $\frac{60}{5} = 12$ ，最快的三条生产线效率和为 $\frac{60}{6} = 10$ ，根据“最多”，得到最慢的两条生产线的效率和为 $12 - 10 = 2$ 。

第三步，“扩大”一倍，则现在的两条生产线效率和为 4，则“最多”需要时间 $60 \div 4 = 15$ 天。因此，选择 C 选项。

【拓展】若忽略“扩大一倍”，就会计算出结果 $60 \div 2 = 30$ ，易误选 D。可以利用这种干扰项布局，根据“扩大一倍”，反向猜测答案为选项 C。

必杀技

核心公式：总量 = 工作效率 × 工作时间

总量即为全部的工作量，效率为单位时间所做的量，即为每小时的耗能、干的活、完成的任务，时间即为干活的时间 (不包括休息的时间)。

分为以下三类题型：

【给定时间型】

1. 解题技巧：赋值工作总量为工作时间的最小公倍数或公倍数 (工作总量一定)，再根据时间算出效率。

2. 解题步骤：

第一步，读题干关键词，已知条件只有时间量，确定为工程问题给定时间型，则列公式，梳理条件。

第二步，利用解题技巧，赋值总量 (不变量) 为时间的最小公倍数 (或公倍数)，再根据时间分别算出各自的效率。

第三步，根据问题关键词，得出所求量。

【效率制约型】

1. 解题技巧：优先根据比例赋值效率，再根据时间算出总量。

2.解题步骤：

第一步，读题干关键词，已知条件有时间和效率，确定为工程问题效率制约型，则列公式，梳理条件。

第二步，利用解题技巧，优先赋值效率，再根据时间算出总量。

第三步，根据问题关键词，利用总量相等关系，得出所求时间。

【条件综合型】

1.解题技巧：先设某个量为未知数（通常为问题所求量），再将其它量用未知数表示，最后根据总量相等关系，列方程。

2.解题步骤：

第一步，读题干关键词，已知条件有**总量、效率和时间中的任意两个或三个**，则确定为工程问题条件综合型，列公式，梳理条件。

第二步，利用解题技巧，设未知数，找出其它量与未知数的关系，并用未知数表示。

第三步，根据问题关键词，利用总量相等关系，列方程，求得未知数。



华图教育
HUATU.COM

专题 4 经济利润问题

题型概述

经济利润问题是研究成本、售价、利润、折扣等之间关系的题目，通常阐述为某件或某批商品加价后打折出售，这批商品比原来多挣或少挣多少钱，俗称“赚钱”问题。例如水果店进批水果先正价出售再打折、商场促销满 100 减 30、满 50 人团购 7 折等、分段计费。

国考中，经济利润问题每年约考查 1~2 道。联考每年也考查 1~2 道题目，出现频率较为稳定。总体来看，经济利润问题也属于循环周期性考点。

经济利润问题整体难度属于中等偏上，题目形式变化多样，题干一般较长，计算过程较为复杂。经济利润问题分为基础公式类型和分段计费类型，基础公式型总体难度不大，其中部分折扣类问题虽有难度，但解题方法相对固定。分段计费类的题目较为接地气，找准分段点是解题的关键，题目难度中等。不论是基础公式型还是分段计费型，如果问题加了“最多”“最小”这样的字眼，题目都会上升一个难度。经济利润问题多采用方程法和赋值法解题，其中方程法使用频率较高。

必做题

1. 某公司计划采购一批电脑，正好赶上促销期，电脑打 9 折出售，同样的预算可以比平时多买 10 台电脑。问该公司的预算在平时能买多少台电脑？
A. 60
B. 70
C. 80
D. 90
2. 一件商品相继两次分别按折扣率为 10% 和 20% 进行折扣，已知折扣后的售价为 540 元，那么折扣前的售价为：
A. 600 元
B. 680 元
C. 720 元
D. 750 元
3. 学校体育部采购一批足球和篮球，足球和篮球的定价分别为每个 80 元和 100 元。由于购买数量较多，商店分别给予足球 25%、篮球 20% 的折扣，结果共少付了 22%。问购买的足球和篮球的数量之比是多少？
A. 4:5
B. 5:6
C. 6:5
D. 5:4
4. 商店促销某种商品，一次购买不超过 10 件，每件 5 元；超过 10 件，超过部分每件 3 元。甲、乙两人分别购买此种商品，甲比乙多付 19 元，则甲、乙共买了多少件？
A. 22
B. 21
C. 20
D. 19
5. 某商店花 10000 元进了一批商品，按期望获得相当于进价 25% 的利润来定价，结果只销售了商品总量的 30%。为尽快完成资金周转，商店决定打折销售，这样卖完全部商品后，亏本 1000 元。问商店是按定价打几折销售的？
A. 九折
B. 七五折
C. 六折
D. 四八折
6. 贾某在某停车场停车，每个月前几个小时内收费的基础价格为 5 元/小时，之后按照基础价格的 90% 收费。某月贾某的停车时间为 120 小时，共交了 545 元，则按照基础价格收费的时

间为多少小时？

- A. 8
B. 10
C. 15
D. 20

7. 一台全自动咖啡机打八折销售，利润为进价的 60%，如打七折出售，利润为 50 元。则这台咖啡机的原价是多少元？

- A. 250
B. 240
C. 210
D. 200

8. 某服装店有一批衬衣 76 件，分别卖给了 33 个顾客，每位顾客最多买了 3 件，衬衣定价 100 元，买 1 件按原价，买 2 件总价打九折，买 3 件打八折，最后卖完这批衬衣收入 6460 元，则买了 3 件的顾客有（ ）位。

- A. 4
B. 8
C. 14
D. 15

9. 某商品上周一开始销售，售价为 100 元/件，商家规定：如日销售量超过 100 件，则第二天每件提价 10% 销售；如日销售量不超过 50 件，则第二天每件降价 10% 销售；其它情况价格不变。最终发现，上周该商品共销售了 400 件。问上周日该商品的价格最高可能是多少元？

- A. 99
B. 100
C. 110
D. 121

10. 某人租下一店面准备卖服装，房租每月 1 万元，重新装修花费 10 万元。从租下店面到开始营业花费 3 个月时间。开始营业后第一个月，扣除所有费用后的纯利润为 3 万元。如每月纯利润比上月增加 2000 元而成本不变，问该店在租下店面后第几个月收回投资？

- A. 7
B. 8
C. 9
D. 10

硬核解析

1. 【答案】D

【解题思路】根据打“9 折”出售，赋值电脑原价为 10，则现价为 $10 \times 0.9 = 9$ 。设在平时可买 x 台电脑，根据同样预算“比”平时多买 10 台，可得 $10x = 9(x + 10)$ ，解得 $x = 90$ 。因此，选择 D 选项。

2. 【答案】D

【解题思路】设原售价为 x ，利用“折扣”后售价为 540 元，得： $x(1 - 10\%)(1 - 20\%) = 540$ 。解得 $x = 750$ 元。因此，选择 D 选项。

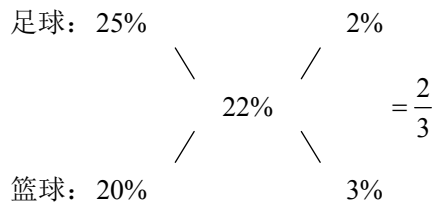
3. 【答案】B

【解题思路】根据“每”个足球和篮球定价分别为 80 元、100 元且折扣分别为 25%、20%，可得每个足球、篮球折后价格分别为： $80 \times (1 - 25\%) = 60$ 元、 $100 \times (1 - 20\%) = 80$ 元。

设足球和篮球的购买数量分别为 x 、 y ，根据共“少付”22%，可得 $60x + 80y = (80x + 100y) \times (1 - 22\%)$ ，化简得 $0.12x = 0.1y$ ，即 $x : y = 5 : 6$ 。因此，选择 B 选项。

解法二：

十字交叉法。



则足球总价：篮球总价 = 2:3，设足球、篮球个数为 x 、 y ，则 $80x:100y = 2:3$ ，即 $x:y = 5:6$ 。

因此，选择B选项。

4. 【答案】 B

【解题思路】根据甲“比”乙多付19元可知：若甲乙都“不超过”10件，则差值应是5的倍数，不满足；若甲乙都“超过”10件，则差值应是3的倍数，不满足；故甲超过10件，乙不足10件。

设甲、乙分别购买了 x 、 y ($x > 10$, $y < 10$) 件。根据“比”可得 $10 \times 5 + 3(x - 10) - 5y = 19$ ，

即 $5y - 3x = 1$ ，通过尾数特性可得： $y = 8$ ， $x = 13$ ，“共”买 $8 + 13 = 21$ 件。因此，选择B选项。

解法二：

由每件商品价钱为5元或3元，可知甲比乙多出的19只能由5和3构成，则 $19 = 2 \times 5 + 3 \times 3$ ，即乙买了 $10 - 2 = 8$ 件，甲买了 $10 + 3 = 13$ 件，共买了 $8 + 13 = 21$ 件。因此，选择B选项。

5. 【答案】 C

【解题思路】由“只”销售了总量的30%知，打折前销售额为 $10000 \times (1 + 25\%) \times 30\% = 3750$ 元；设此商品打 x 折出售，剩余商品“打折”后，销售额为 $10000 \times (1 + 25\%) \times (1 - 30\%)x = 8750x$ ，根据“亏本”1000元，可得 $3750 + 8750x - 10000 = -1000$ ，解得 $x = 0.6$ ，即打六折。因此，选择C选项。

解法二：

赋值商品共100件，则每件商品的成本为 $10000 \div 100 = 100$ 元，利润为 $100 \times 25\% = 25$ 元。设此商品打 x 折出售，根据卖完全部商品后亏本1000元，得 $25 \times 30 + (125x - 100) \times 70 = -1000$ ，解得 $x = 0.6$ ，即打六折。因此，选择C选项。

6. 【答案】 B

【解题思路】设按照基础价格收费的时间为 x 小时，“之后”按照 $5 \times 90\% = 4.5$ 元/小时收费。根据“共”交了545元可得 $5x + 4.5 \times (120 - x) = 545$ ，解得 $x = 10$ 。因此，选择B选项。

解法二：

鸡兔同笼法。假设120个小时内，每小时的收费均为4.5元，则总收费为 $4.5 \times 120 = 540$ 元，而实际收费为545元，多收5元，基础价格每小时多收 $5 - 4.5 = 0.5$ ，故基础价格收费的时间为 $5 \div 0.5 = 10$ 小时。因此，选择B选项。

7. 【答案】 A

【解题思路】

第一步，标记量化关系“八折”、“七折”。

第二步，设原价 x 元，进价 y 元，由打“八折”可知 $0.8x = y + 0.6y$ ，由打“七折”可知 $0.7x = y + 50$ ，联立两式，解得 $x = 250$ ， $y = 125$ 。因此，选择A选项。

解法二：

赋值咖啡机进价为1，打八折后售价为1.6，原价为 $\frac{1.6}{0.8} = 2$ 。打七折后售价为 $2 \times 0.7 = 1.4$ ，

利润为 $1.4 - 1 = 0.4$ 。而实际利润为 50，可得咖啡机原价为 $50 \times \frac{2}{0.4} = 250$ 元。因此，选择 A 选项。

8. 【答案】 C

【解题思路】

第一步，标记量化关系“打九折”、“打八折”。

第二步，设购买 1 件、2 件、3 件的顾客分别有 x 、 y 、 z 位，根据卖给 33 个顾客，共有 76 件衬衣，可得 $x + y + z = 33$ ①， $x + 2y + 3z = 76$ ②；由买 2 件总价“打九折”，买 3 件“打八折”，可得 $100x + 200 \times 0.9 \times y + 300 \times 0.8 \times z = 6460$ ③。

第三步，联立①②③，解得 $x = 4$ 位， $y = 15$ 位， $z = 14$ 位。因此，选择 C 选项。

9. 【答案】 C

【解题思路】采用代入排除法：依次代入选项，根据“最高”，先代入 D 选项，得前 6 天有 2 次提价，4 次不变，总销量至少为 $2 \times 101 + 4 \times 51 = 406$ ，大于 400，排除；代入 C 选项，前 6 天有 1 次提价 5 次不变，总销量至少为 $1 \times 101 + 5 \times 51 = 356 < 400$ ，符合题意。因此，选择 C 选项。

解法二：

根据周日该商品价格最高，可知极端情况为周日销量为 0，前 6 天销售 400 件，且在保证不降价的基础上，尽量提价。由超过 100 提价、不超过 50 降价，令提价时，前一天销售量为 101，其他时间销售量为 51。设提价的次数为 x ，根据共销售了 400，有 $101x + 51 \times (6 - x) \leq 400$ ，解得 $x \leq 1.88$ ， x 最大取值为 1，即价格最高为 $100 \times (1 + 10\%) = 110$ 元。因此，选择 C 选项。

【拓展】超过 100 件，不包含 100 件，不超过 50 件，包含 50 件，若忽略，易误选 D。

10. 【答案】 A

【解题思路】

第一步，标记量化关系“扣除”、“增加”、“不变”。

第二步，前三个月总花费成本为 $1 \times 3 + 10 = 13$ 万，根据每月“增加”2000 元可知，从第 4 个月开始，收益分别为 3 万、3.2 万、3.4 万……

第三步，结合选项，优先考虑第 7 个月时，发现总额为 $3 + 3.2 + 3.4 + 3.6 = 13.2$ 万元，已经能够收回投资。因此，选择 A 选项。

【拓展】一、“所有费用”包括“房租一万”；

二、“第几个月”包括最初的 3 个月。

必杀技

【基础公式型】

1. 解题技巧：

(1) 问题前的那句话为等量关系，如“是 2 倍”“比翻一番”，根据这句话找等号左右两边的式子，列方程。

(2) 公式使用条件：

单件产品：利润 = 售价 - 成本（利润成本）；利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{成本}}$ （利润率）；售价 = 定价 × 折

扣（打折）

多件产品：总** = 单** × 数量（**代表成本、售价、利润等，具体根据题目条件选择）

2. 解题步骤：

第一步，读题干关键词费用、利润，根据已知条件所述考虑是单件或多件产品，确定使用公式，梳理条件。

第二步，根据已知条件充分与否，确定是否需要赋值；若已知条件不充分，则赋值；若已知条件充分，则采用方程法，设未知数。

第三步，利用解题技巧，找出等量关系，列方程求得答案。

【分段计费型】

1. 解题技巧：找出分段点，一段一段去计算。

2. 解题步骤：

第一步，读题干关键词“超出部分”“标准”等，确定为分段计费题目。找出分段点，分别列出每段的计费标准。

第二步，根据分段点，分别计算每段费用。

第三步，根据问题，得出所求答案。

【统筹优化型】

1. 解题技巧：利用统筹优化思想，列举出与问题相关的方案。

2. 解题步骤：

第一步，读题干关键词“组合”、“优惠方案”且问题有“最大”、“最小”等，确定为统筹优化型，并梳理条件。

第二步，利用统筹优化思想，列出方案。

第三步，进行最优比较，得出答案。

专题 5 行程问题

题型概述

行程问题是研究路程、时间和速度三者关系的题目，题目经常阐述为某个人或某几个人采用不同的行驶方式，在直线或者环形路线上行驶，从而寻找他们之间的路程、速度和时间的关系等，属于较容易辨析的题目类型。例如小明从学校到家先走路再坐公交车，小船在河里行驶，华华和图图从两端出发相遇等。

行程问题为公务员考试的热点题型，国考市地级考试约隔年考查 1 次，国考省部级约每年考查 1 道。联考中，行程问题的考查频率相对较高，每年至少考查 1 道，2017 年湖北省考考查了 3 道题目，可见其重要性。

行程问题整体难度适中，变化形式相对稳定，但偶尔会出现难度较高的题目。因此，考场中约 90% 的行程问题可以作答，考生应学会并重视行程的基本题型。

行程问题主要分为基本行程、流水行船和相遇追及三类，其中基础行程相对简单，侧重考查单位的换算，多出现于数量关系模块前部。流水行船问题解题模式相对固定，能够理解公式中水速、船速和顺逆水速度的含义，便能够较快的得出答案。相遇追及问题相对复杂，难题多半出现在此处，但其多数题目用基本公式可以解决，需考生重点学习。行程问题多用方程法和赋值法解决，偶尔出现的难题例如 2012 国考考查的间歇行程问题等可考虑用代入排除法解答。

必做题

1. 小张将带领三位专家到当地 B 单位调研，距离 B 单位 1.44 千米处设有地铁站出口。调研工作于上午 9 点开始，他们需提前 10 分钟到达 B 单位，则小张应通知专家最晚几点一起从地铁站出口出发，步行前往 B 单位？（假设小张和专家的步行速度均为 1.2 米/秒）
A. 8 点 26 分
B. 8 点 30 分
C. 8 点 36 分
D. 8 点 40 分
2. 某地举办铁人三项比赛，全程为 51.5 千米，游泳、自行车、长跑的路程之比为 3 : 80 : 20。小陈在这三个项目花费的时间之比为 3 : 8 : 4，比赛中他长跑的平均速度是 15 千米/小时，且两次换项共耗时 4 分钟，那么他完成比赛共耗时多少？
A. 2 小时 14 分钟
B. 2 小时 24 分钟
C. 2 小时 34 分钟
D. 2 小时 44 分钟
3. 从甲地到乙地 111 千米，其中有 $\frac{1}{4}$ 是平路， $\frac{1}{2}$ 是上坡路， $\frac{1}{4}$ 是下坡路。假定一辆车在平路的速度是 20 千米/小时，上坡的速度是 15 千米/小时，下坡的速度是 30 千米/小时。则该车由甲地到乙地往返一趟的平均速度是多少？
A. 19 千米/小时
B. 20 千米/小时
C. 21 千米/小时
D. 22 千米/小时
4. 火车通过 560 米长的隧道用 20 秒，如果速度增加 20%，通过 1200 米长的隧道用 30 秒。火车的长度是多少米？
A. 220
B. 240

【解题思路】根据“全程”和路程“之比”为3:80:20,可得长跑的路程为 $51.5 \times \frac{20}{3+80+20} = 10$ 千米,时间为 $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ 小时,即40分钟;由时间“之比”为3:8:4,可知三项所用总时间为 $40 \times \frac{3+8+4}{4} = 150$ 分钟。完成比赛“共”耗时 $150+4=154$ 分钟,即2小时34分钟。因此,选择C选项。

解法二:

三个项目的时间比为3:8:4,总时间为15的倍数,则优先考虑,总耗时减去4为15的倍数,只有C项符合。因此,选择C选项。

3. **【答案】** B

【解题思路】根据“往返”,可知上坡和下坡的路程相等,则上下坡的平均速度为 $\frac{2 \times 15 \times 30}{15+30} = 20$,与平路的速度相等,故往返一趟的“平均速度”为20千米/小时。因此,选择B选项。

4. **【答案】** B

【解题思路】设火车的长度为 L 、速度为 v ,根据过第一个隧道“用”20秒、过第二个隧道“用”30秒可得:
$$\begin{cases} 560 + L = v \times 20 \\ 1200 + L = 1.2v \times 30 \end{cases}$$
 解得 $L = 240$ 。因此,选择B选项。

5. **【答案】** A

【解题思路】设水流速度为 v 海里/小时,甲乙两个城市相距 S 海里。根据“顺水”可得 $S = (25+v) \times 8$;由“逆水”可得 $S = (25-v) \times (8 \times 1.5)$,联立两式解得 $v = 5$ 。甲乙相距 $(25+5) \times 8 = 240$ 海里。因此,选择A选项。

解法二:

客船从甲市到乙市静水中行驶时间为 $\frac{2 \times 8 \times 12}{8+12} = 9.6$ 小时,故甲乙两地相距 $25 \times 9.6 = 240$ 海里。因此,选择A选项。

【拓展】静水行驶时间: $T = \frac{2t_1t_2}{t_1+t_2}$, T 静水行驶时间, t_1 为顺流所用时间, t_2 为逆流所用时间。

6. **【答案】** C

【解题思路】由“是3倍”可赋值乙的速度为1,则甲的速度为3。根据乙丙“相遇”需3小时、乙丁“相遇”需 $3+1=4$ 小时,赋值AB两地相距12(3和4的公倍数),可列式

$$\begin{cases} 12 = (1+v_{丙}) \times 3 \\ 12 = (1+v_{丁}) \times 4 \end{cases}$$
 可得 $v_{丙} = 3$, $v_{丁} = 2$,且甲、乙、丙、丁分别经过 $12 \div 3 = 4$ 、 $12 \div 1 = 12$ 、

$12 \div 3 = 4$ 、 $12 \div 2 = 6$ 小时可到达目的地,满足“第二天”整点的条件。甲丙相遇所用时间为 $12 \div (3+3) = 2$ 小时,即甲车和丙车是在23点相遇。因此,选择C选项。

7. **【答案】** B

【解题思路】设共相遇 n 次,由直线多次相遇公式,得 $(2n-1) \times 30 = (37.5+52.5) \times \frac{11}{6}$,解得 $n = 3.25$,故两人共相遇3次。因此,选择B选项。

8. **【答案】** C

【解题思路】小明“逆行”速度为 $1-0.75=0.25m/s$ ，根据相遇公式可得， $42=(0.75+0.25)\times t$ ，解得 $t=42$ 秒，此时小明距离起点的路程为 $0.25\times 42=10.5m$ 。小明“返回”速度为 $1+0.75=1.75m/s$ ，则返回时间为 $10.5\div 1.75=6$ 秒，共用时 $42+6=48$ 秒。因此，选择 C 选项。

【拓展】问题所求为“拿到包裹并返回自动人行道终点共所需时间”，若忽略“返回”，而直接取 42 秒，易误选 B。

9. 【答案】C

【解题思路】设所求客运火车的长度为 x 米，则货车的长度是 $1.5x$ 米。两车车尾平齐到车头平齐，即客车比货车多走了 $1.5x-x=0.5x$ 。将两车的速度单位转化为“米/秒”，货车的速度是 $72\div 3.6=20$ 米/秒，客车的速度是 $108\div 3.6=30$ 米/秒。根据追及问题的公式有： $0.5x=(30-20)\times 20$ ，解得 $x=400$ 。因此，选择 C 选项。

10. 【答案】B

【解题思路】根据小王行走的速度“比”小李快一倍，但“比”公交车慢一半，赋值小李速度为 1，则小王为 2，公交车为 4。由“相遇”之后 30 秒公交车到站，可知此时两人实际距离为 $(4+1)\times 30=150$ 。通过小王“追上”小李，得 $(2-1)\times t=150$ ，故 $t=150$ 秒，即小王 2 分钟 30 秒后追上小李。因此，选择 B 选项。

必杀技

【基本行程型】

1. 核心公式：路程 = 速度 \times 时间 ($s=v\times t$)

路程即行走的公里数、千米数，速度为单位时间行走的路程，即每小时、每分钟走的路，时间为在路上的行驶的时间（除去休息的时间）。

2. 解题技巧：(1) 给定条件不充分，采用赋值法；给定条件充分，采用方程法。

(2) 两个主体行驶速度相同，使用等距离平均速度公式。

3. 解题步骤：

第一步，读题干关键词，确定为某人或某几个人独立走完行程，确定为基本公式型，则列公式，梳理条件。

第二步，利用解题技巧，确定解题方法，将其它量用所赋值或设的未知数表示出来。

第三步，利用总路程相等等条件，找出等量关系，求出答案。

【流水行船】

1. 核心公式：

$$(1) \text{ 顺水行船：} S_{\text{顺}} = (v_{\text{船}} + v_{\text{水}}) \times t_{\text{顺}}$$

$$(2) \text{ 逆水行船：} S_{\text{逆}} = (v_{\text{船}} - v_{\text{水}}) \times t_{\text{逆}}$$

$v_{\text{船}}$ —船在静水中的速度； $v_{\text{水}}$ —水速； $t_{\text{顺}}$ 、 $t_{\text{逆}}$ —顺、逆水的行船时间。

2. 解题步骤：

第一步，读题干关键词，水速、顺流、逆流等，确定为流水行船问题，列公式，梳理条件。

第二步，确定使用方程或赋值法，将其它量用所赋值或设的未知数表示出来。

第三步，根据问题关键词，利用往返路程相等，得出所求量。

【相遇追击】

1.核心公式：

(1) 直线相遇（双端）： $(2n-1)S = (v_1 + v_2) \times t_n$ ， n 为相遇的次数， S 为两端相距的距离， t_n 为第 n 次相遇所用时间。

(2) 环形相遇： $nS = (v_1 + v_2) \times t_n$ ， n 为相遇的次数， S 为每圈的长度， t_n 为第 n 次相遇所用时间。

(3) 直线追及： $S = (v_1 - v_2) \times t$ ， S 为追及的距离， t 为相遇所用时间。

(4) 环形追及： $nS = (v_1 - v_2) \times t_n$ ， n 为相遇的次数， S 为每圈的长度， t_n 为第 n 次相遇所用时间。

2.解题步骤：

第一步，读题干关键词，相遇、追等字眼，确定为相遇追及问题，则列公式，梳理条件。

第二步，根据已知条件，采用赋值法或方程法，将其它量用所赋值或未知数表示出来。

第三步，根据问题关键词，利用公式，求得未知量。

专题6 容斥问题

题型概述

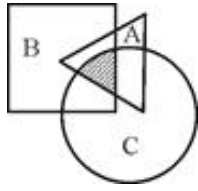
容斥问题是研究计数的题目，其要求做到对于重叠的部分**不重复计算**，非重叠的部分**不遗漏**，从而得出正确的计数结果。容斥原理的基本解题思想是，一般先不考虑重叠情况，先将条件内的所有对象的数量计算出来，再把重复计算的数据减去。

容斥问题是常考题型，近年考查频率略有下降。国考省部级平均每2年考查一次，市地级近三年没有考查。近6年联考，只有2016、2017没有出现，其余平均每年考查1道。对于江苏、广州、浙江省份考查要频率要高一点。

容斥问题整体难度中等，变化形式不大，解题形式相对固定，是历年考生得分的重点。容斥问题分为二集合容斥、三集合容斥和多集合容斥三类，其中二集合容斥问题比较简单，略有难度的题目也就是题干没给具体数值，需要我们赋值后再计算。三集合容斥主要分为标准型和非标准型，变化形式相对较多，但抓住图示法的本质，90%的题目都可以解决。稍有难度的题目一般会在问题中加“最”字，加入最值思想。多集合容斥解题方法固定，是考试必拿分题目。

必做题

1. 有70名学生参加数学、语文考试，数学考试得60分以上的有56人，语文考试得60分以上的有62人，都不及格的有4人，则两门考试都得60分以上的有多少人？
A. 50
B. 51
C. 52
D. 53
2. 某高校大学生数学建模竞赛协会共有240名会员，今欲调查参加过国家级竞赛和省级竞赛的会员人数，发现每个会员至少参加过一个级别的竞赛。调查结果显示：有 $\frac{7}{12}$ 的会员参加过国家级竞赛，有 $\frac{1}{4}$ 的会员两个级别的竞赛都参加过。问参加过省级竞赛的会员人数是：
A. 160
B. 120
C. 100
D. 140
3. 运动会上100名运动员排成一列，从左向右依次编号为1~100，选出编号为3的倍数的运动员参加开幕式队列，而编号为5的倍数的运动员参加闭幕式队列。问既不参加开幕式又不参加闭幕式队列的运动员有多少人？
A. 46
B. 47
C. 53
D. 54
4. 如图所示：A、B、C分别是面积为60、170、150的三张不同形状的卡片，它们部分重叠放在一起盖在桌面上，总共盖住的面积为280，且A与B、B与C、C与A重叠部分的面积分别是22、60、35。问阴影部分的面积是多少？

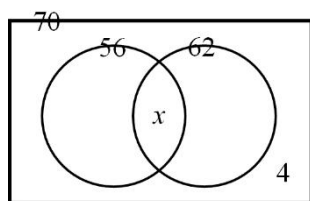


- A. 15
B. 16
C. 17
D. 18
5. 某乡镇对集贸市场36种食品进行检查，发现超过保质期的7种，防腐添加剂不合格的9种，产品外包装标识不规范的6种。其中，两项同时不合格的5种，三项同时不合格的2种。问三项全部合格的食品有多少种？
A. 14
B. 21
C. 23
D. 32
6. 某出版社新招了10名英文、法文和日文方向的外文编辑，其中既会英文又会日文的小李是唯一掌握一种以上外语的人。在这10人中，会法文的比会英文的多4人，是会日文人数的两倍。问只会英文的有几人？
A. 2
B. 0
C. 3
D. 1
7. 有135人参加某单位的招聘，31人有英语证书和普通话证书，37人有英语证书和计算机证书，16人有普通话证书和计算机证书，其中一部分人有三种证书，而一部分人则只有一种证书。该单位要求必须至少有两种上述证书的应聘者才有资格参加面试。问至少有多少人不能参加面试？
A. 50
B. 51
C. 52
D. 53
8. 建华中学共有1600名学生，其中喜欢乒乓球的有1180人，喜欢羽毛球的有1360人，喜欢篮球的有1250人，喜欢足球的有1040人，问以上四项球类运动都喜欢的至少有几？
A. 20人
B. 30人
C. 40人
D. 50人
9. 一小偷藏匿于某商场，三名保安甲、乙、丙分头行动搜查商场的100家商铺。已知甲检查过80家，乙检查过70家，丙检查过60家，则三人都检查过的商铺至少有（ ）家。
A. 5
B. 10
C. 20
D. 30
10. 某企业调查用户从网络获取信息的习惯，问卷回收率为90%。调查对象中有179人使用搜索引擎获取信息，146人从官方网站获取信息，246人从社交网站获取信息，同时使用这三种方式的有115人，使用其中两种的有24人，另有52人这三种方式都不使用，问这次调查共发出了多少份问卷？
A. 310
B. 360
C. 390
D. 410

硬核解析

1. 【答案】C

【解题思路】根据“都不”、“都”，画图并标记数据，设“都”得60分以上的有 x 人，



计算：总面积 $70 = 56 + 62 - x + 4$ ，解得 $x = 52$ （可计算尾数）。因此，选择C选项。

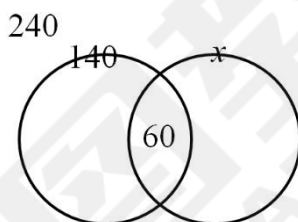
解法二：

设“都”得60分以上的有 x 人，根据二集合容斥公式有： $70 = 56 + 62 - x + 4$ ，解得 $x = 52$ （可计算尾数）。因此，选择C选项。

2. 【答案】A

【解题思路】根据“至少”、“有”、“有”，画图并标记数据：

由“至少”参加过一个比赛可知，没有两个竞赛都不参加的人。根据“有” $\frac{7}{12}$ 参加过国家级竞赛，可得人数为 $240 \times \frac{7}{120} = 140$ ；根据“有” $\frac{1}{4}$ 参加过两个级别竞赛，可得人数为 $240 \times \frac{1}{4} = 60$ 人。



设参加过省级竞赛的 x 人，则总面积 $240 = 140 + x - 60 + 0$ ，解得 $x = 160$ 。因此，选择A选项。

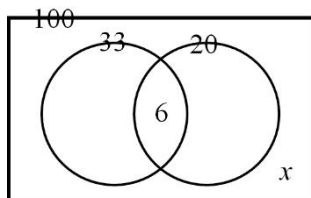
3. 【答案】C

【解题思路】根据“既不”、“又不”，画图并标记数据：

编号为3的倍数的运动员有 $\frac{100}{3} = 33 \dots 1$ ，即33人；

编号为5的倍数的运动员有 $\frac{100}{5} = 20$ 人；

同时是3、5的倍数的运动员（15的倍数）有 $\frac{100}{15} = 6 \dots 10$ ，即6人。



设“既不”参加开幕式“又不”参加闭幕式队列的运动员有 x 人，总面积 $100 = 33 + 20 - 6 + x$ ，解得 $x = 53$ 。因此，选择C选项。

4. 【答案】C

【解题思路】根据“总共”、“重叠”、“重叠”，设阴影部分面积为 x ，由“总共”盖住的面积为280可得： $280 = 60 + 170 + 150 - 22 - 60 - 35 + x$ ，解得 $x = 17$ （可直接计算尾数）。因此，选择C选项。

5. 【答案】 C

【解题思路】 设“三项”合格的食品有 x 种，根据三集合容斥公式，可得 $36 = 7 + 9 + 6 - 5 - 2 \times 2 + x$ ，解得 $x = 23$ 。因此，选择C选项。

6. 【答案】 D

【解题思路】 根据关键词“既会”、“又会”、“比”、“是”，设会日文的有 x 人，根据“是”两倍，可得会法文的有 $2x$ 人；“比”会英文的多4人，可得会英文的有 $2x - 4$ 人。小李“既会”英文“又会”日文，统计了两次，故人数为10人，统计人次为11次。

根据人次总数列方程 $11 = 2x + x + (2x - 4)$ ，解得 $x = 3$ ，则会英文的人为 $2x - 4 = 2$ 人，故只会英文的有 $2 - 1 = 1$ 人。因此，选择D选项。

解法二：

代入排除法。由“会法文的比会英文的多4人，是会日文人数的两倍”可知会法文人数为偶数，进而会英文人数也为偶数，除去小李（同时会英文与日文）1人，剩下的为只会英文的人数，易知其为奇数，排除A、B；代入C，如果只会英文的人数为3，会英文为4、法文为8，则总人数大于10，不符，排除C。因此，选择D选项。

7. 【答案】 D

【解题思路】 根据关键词“至少”、“至少”、“不”，设有三种证书的人数为 $x(x \geq 1)$ ，则“至少”有两种证书，即能参加面试的人数为 $31 + 37 + 16 - 2x = 84 - 2x$ 。

第三步，“不”能参加人数 = 总人数 - 能参加人数 = $135 - (84 - 2x) = 51 + 2x$ 。

第四步，当 $x = 1$ 时，不能参加面试的人数最少，为 $51 + 2 \times 1 = 53$ 人。因此，选择 D 选项。

【拓展】 若忽略一部分人有三证书，易误选 B。

8. 【答案】 B

【解题思路】 根据“都”、“至少”可知，本题为多集合反向构造。解题步骤为：

反向：不喜欢乒乓球的有 $1600 - 1180 = 420$ 人，同理，不喜欢羽毛球、篮球、足球的分别有 240、350、560 人。

加和：不喜欢四项运动任意一项的人最多 $420 + 240 + 350 + 560 = 1570$ 人。

作差：故四项球类运动“都”喜欢的“至少”有 $1600 - 1570 = 30$ 人。因此，选择B选项。

9. 【答案】 B

【解题思路】 根据“至少”可知，本题为多集合反向构造。解题步骤为：

反向：甲没检查过的有 $100 - 80 = 20$ 家，同理，乙、丙没有检查过的有 30、40 家。

加和：三人都没检查过的最多有 $20 + 30 + 40 = 90$ 家。

作差：三人都检查过的至少有 $100 - 90 = 10$ 家。因此，选择B选项。

10. 【答案】 D

【解题思路】

第一步，标记量化关系“回收率”、“同时”、“都不”。

第二步，根据三集合非标准公式，回收问卷数 = $179 + 146 + 246 - 24 - 2 \times 115 + 52 = 369$ 。

第三步，发出问卷数 = $\frac{\text{回收问卷数}}{90\%} = 410$ 份。因此，选择D选项。

【拓展】 三集合非标准公式：

总体 $I = \text{条件}A + \text{条件}B + \text{条件}C - \text{只满足两个条件} - 2 \times \text{满足三个条件} + \text{都不满足条件}$

必杀技

【二集合容斥】

1.公式法： 总体 $I = A + B - A \cap B + \overline{A \cap B}$ ($A \cap B$ 表示都满足, $\overline{A \cap B}$ 表示都不满足)。

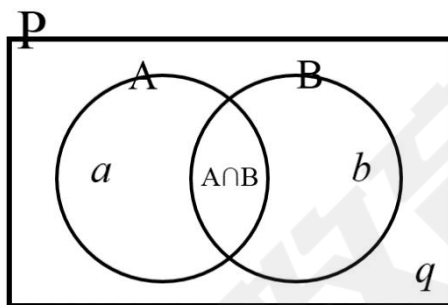
总数=符合 A 的情况数+符合 B 的情况数-两个条件都符合的情况数+两个条件都不符合的情况数

2.画图法： 两个圆圈代表符合两个条件的集合, 长方形代表总数。

(1) 画图： 画两个圆圈, 要注意两个字眼：

- ① “都有”, 代表中间有重叠部分；
- ② “都没有”, 代表圆圈外面有数据, 则需要画出方框。

(2) 标数据： 若数据给出具体值, 则按照题干叙述的顺序在图中标数据, 设未知数；若未给出具体, 只给出比例关系, 则由中间往外赋值。



- ① P : 总数
- ② A (B) : 符合条件 A (B) 的数
- ③ $A \cap B$: 同时符合 $A B$ 条件的数
- ④ q : $A B$ 都不符合的数
- ⑤ a (b) : 只符合条件 A (B) 的数 (即只符合一个条件)

3.解题步骤：

第一步, 读题干关键词, 符合条件 A、B, 出现“都有”、“都没有”字眼, 确定为二集合容斥问题, 画图。若采用公式法, 梳理条件, 列公式。

第二步, 标记数据, 设未知数或赋值。

第三步, 计算, 利用总面积相等列式, 得出答案。

【三集合容斥】

1.公式法：

(1) 三集合标准公式：

总体 $I = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C + \overline{A \cap B \cap C}$ ($A \cap B \cap C$ 表示都满足, $\overline{A \cap B \cap C}$ 表示都不满足)

(2) 三集合非标准公式：

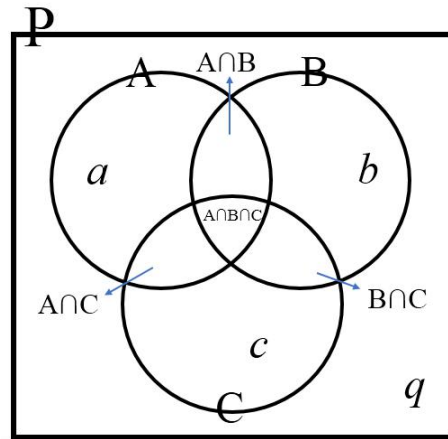
总体 $I =$ 条件 $A +$ 条件 $B +$ 条件 $C -$ 只满足两个条件 $- 2 \times$ 满足三个条件 $+ 都不满足条件$

2.画图法： 三个圆圈分别代表符合三个条件的集合, 长方形代表总数。

(1) 画图： 画三个圆圈, 要注意两个字眼：

- ① “都有”, 代表中间有重叠部分；
- ② “都没有”, 代表圆圈外面有数据, 则需要画出方框。

(2) 标数据： 注意标记数的顺序及题干的叙述与图形对应。



- ① P : 总数
- ② $A (B、C)$: 符合条件 $A (B、C)$ 的数
- ③ $A \cap B (B \cap C、C \cap A)$: 同时符合 $AB (BC、CA)$ 条件的数 (包含 $A \cap B \cap C$)
- ④ $A \cap B \cap C$: 同时符合 ABC 条件的数
- ⑤ q : ABC 都不符合的数 ($\overline{A \cup B \cup C}$)
- ⑥ $a (b、c)$: 只符合条件 $A (B、C)$ 的数 (即只符合两个条件)

3. 解题步骤 :

第一步, 读题干关键词, 符合条件 $A、B、C$, 出现 “都有”、“都没有”、“符合两种” 等词, 确定为三集合容斥问题, 画图。

第二步, 标记数据, 设未知数。

第三步, 计算, 利用总面积相等列式, 注意最中间三者都满足的条件, 列式中是加还是减, 保证最后只留一层即可。

【多集合容斥】

1. 题型特点

出现三个及以上条件, 且问题出现 “至少…都”, 则确定为多集合问题。

读题干, 爱好戏剧、体育、写作、收藏, 出现四个条件, 且问题出现 “至少…都”, 则确定为多集合问题。

2. 解题技巧 : 反向-加和-作差

专题 7 排列组合问题

题型概述

排列组合问题是研究特定条件要求下排列及组合出现的情况数。所谓**排列**，是指从总的元素中取出符合条件的元素进行排序。例如从 10 个房间任选 3 间给客人住，从 10 个人中任选 2 个人分别参加英语、数学培训。所谓**组合**，是指从总的元素中只取出符合条件的元素即可，不需考虑排列。例如从 5 种不同冰激凌口味任选 3 种、从 10 个人中任选 2 个人参加英语。

排列组合问题是每年的必考题型，也是近些的考试热点，考查题量约为每年 1 道。国考近 5 年不论是省部还是市地级考试都有考查，出题量较为稳定，每年 1 道是每年必出题型。联考近 3 年考查频率有所上升，前几年隔年考查 1 次，近几年约每年考查 1 次。

排列组合问题是数学运算题目中的难点，考查方式较为灵活，出题形式多样，也是很多考生头疼的题型。但与高中的排列组合问题相比，难度还是有所降低，因此我们只要掌握基本的公式、概念和常用的解题技巧，就能快速的得到我们所要的答案。如果大家能在这一块有所突破，就能与其他考生的分数**拉开差距**。另外，从近年真题来看，排列组合问题的整体难度较前些年份有所下降。

根据历年真题统计，我们将排列组合大致分为三类：基础概念型、加乘原理型、常用技巧型。其中基础概念型较为简单，加乘原理型近些年考查频率最高，难度中等。方法技巧型在国考中出现频率较高，捆绑法、插空法、隔板法等基本每年考查一种。

必做题

1. 某部门从 8 名员工中选派 4 人参加培训，其中 2 人参加计算机培训，1 人参加英语培训，1 人参加财务培训，问不同的选法有多少种？
A. 256
B. 840
C. 1680
D. 5040
2. 小张需要在 5 个长度分别为 15 秒、53 秒、22 秒、47 秒和 23 秒的视频片段中选取若干个，合成为一个长度在 80~90 秒之间的宣传视频。如果每个片段均需完整使用且最多使用一次，并且片段间没有空闲时段，问他按照要求可能做出多少个不同的视频？
A. 12
B. 6
C. 24
D. 18
3. 甲、乙两个科室各有 4 名职员，且都是男女各半。现从两个科室中选出 4 人参加培训，要求女职员比重不得低于一半，且每个科室至少选 1 人。问有多少种不同的选法？
A. 67
B. 63
C. 53
D. 51
4. 某次专业技能大赛有来自 A 科室的 4 名职工和来自 B 科室的 2 名职工参加，结果有 3 人获奖且每人的成绩均不相同。如果获奖者中最多只有 1 人来自 B 科室，那么获奖者的名单和名次顺序有多少种不同的可能性？
A. 48
B. 72
C. 96
D. 120

5. 单位工会组织拔河比赛，每支参赛队都由3名男职工和3名女职工组成。假设比赛时要求3名男职工的站位不能全部连在一起，则每支队伍有几种不同的站位方式？
A. 432
B. 504
C. 576
D. 720
6. 某论坛邀请了六位嘉宾，安排其中三人进行单独演讲，另三人参加圆桌对话节目。如每位嘉宾都可以参加演讲或圆桌对话，演讲顺序分先后且圆桌对话必须安排在任意两场演讲之间，问一共有多少种不同的安排方式？
A. 120
B. 240
C. 480
D. 1440
7. 某领导要把20项任务分给三个下属，每个下属至少分得三项任务，则共有（ ）种不同的分配方式。
A. 28
B. 36
C. 54
D. 78
8. 某办公室接到15份公文的处理任务，分配给甲、乙、丙三名工作人员处理。假如每名工作人员处理的公文份数不得少于3份，也不得多于10份，则共有多少种分配方式？
A. 15
B. 18
C. 21
D. 28
9. 四位厨师聚餐时各做了一道拿手菜。现在要求每个人去品尝一道菜，但不能尝自己做的那道菜。问共有几种不同的尝法？
A. 6
B. 9
C. 12
D. 15
10. 为加强机关文化建设，某市直机关在系统内举办演讲比赛，3个部门分别派出3、2、4名选手参加比赛，要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连，问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内？
A. 大于20000
B. 5001~20000
C. 1000~5000
D. 小于1000

硬核解析

1. 【答案】B

【解题思路】

第一步，标记量化关系“不同”。

第二步，先从8人中选2人参加培训，有 C_8^2 种；再从剩下的6人中选1人参加培训，有 C_6^1 种；最后从剩下的5人中选1人参加培训，有 C_5^1 种；故“不同”的选法有 $C_8^2 \times C_6^1 \times C_5^1 = 840$ 种。因此，选择B选项。

解法二：

从8人中选派4人，有 C_8^4 种；再从4人中选2人参加培训，有 C_4^2 种；再从剩下2人中选1人参加培训，有 C_2^1 种；最后剩下的1人参加培训。故共有 $C_8^4 \times C_4^2 \times C_2^1 = 840$ 种。

因此，选择 B 选项。

2. 【答案】 D

【解题思路】根据“最多”使用一次将5个长度进行组合，得到80~90秒的视频组合只能有三类情况（15、53、22），（47、23、15），（47、22、15）。

每种情况下随机排列，共有 $3 \times A_3^3 = 18$ 种。因此，选择 D 选项。

【拓展】80~90秒之间，默认指的是闭区间 $[80, 90]$ ，即包含80和90。此题如果不考虑（15、53、22）这种恰好为90秒的情况，易误选 A。

3. 【答案】 D

【解题思路】由男女“各半”可知，甲、乙科室均有2男2女；根据比重“不得低于”一半，且每科室“至少”选一人，可分三种情况：

(1) 选4名女职员，有 $C_4^4 = 1$ 种；

(2) 选3女1男，有 $C_4^3 \times C_4^1 = 16$ 种；

(3) 选2女2男，有 $C_4^2 \times C_4^2 - 2 = 34$ 种。

共有 $1 + 16 + 34 = 51$ 种不同的选法。因此，选择 D 选项。

【拓展】若忽略2男2女均来自同一科室的2种情况，易误选 C。

4. 【答案】 C

【解题思路】根据获奖者中“最多”只有 1 人来自 B，分为两种情况：获奖 3 人均来自 A，有 $A_4^3 = 24$ 种；2 人来自 A，1 人来自 B，有 $C_4^2 \times C_2^1 \times A_3^3 = 72$ 种。

总情况数为 $24 + 72 = 96$ 种。因此，选择 C 选项。

5. 【答案】 C

【解题思路】6 人排列，排列方式共有 $A_6^6 = 720$ 种。3 名男职工“全”连在一起的方式有 $A_4^4 \times A_3^3 = 144$ 种。则 3 名男职工“不能”“全”连在一起的方式有 $720 - 144 = 576$ 种。因此，选择 C 选项。

6. 【答案】 B

【解题思路】从六人中选出三人按先后“顺序”参加演讲，有 $A_6^3 = 120$ 种，三场演讲有两个空隙，将圆桌对话安排在演讲“之间”，有 $C_2^1 = 2$ 种，故共有 $120 \times 2 = 240$ 种安排方式。因此，选择 B 选项。

7. 【答案】 D

【解题思路】根据每个下属“至少”三项任务，则先给每个下属分2个任务，剩余 $20 - 2 \times 3 = 14$ 项任务。再将14项任务分给三个下属，每人至少一个，就能保证每个下属“至少”三项任务，共有 $C_{13}^2 = 78$ 种分配方式。因此，选择 D 选项。

8. 【答案】 D

【解题思路】先每人分两份，则剩下 $15 - 2 \times 3 = 9$ 份，后面每人至少分1份即可满足“不得少

于3份，也不得多于10份”的条件，根据插板法，共 $C_8^2 = 28$ 种方法。因此，选择D选项。

9. 【答案】 B

【解题思路】由“各”做一道菜，“各”尝一道菜，且“不能”尝自己做的菜，可知本题为错位排序。4位厨师有9种不同的尝法。因此，选择B选项。

10. 【答案】 C

【解题思路】

第一步，标记量化关系“相连”。

第二步，根据“相连”，将每个部门视为一个整体，3个部门的参赛顺序有 A_3^3 种，且3个部

门内部也需各自排序，依次为 A_3^3 、 A_2^2 、 A_4^4 。排序有： $A_3^3 \times (A_3^3 \times A_2^2 \times A_4^4) = 1728$ 种。因此，选择C选项。

必杀技

【基础概念型】

1. 排列组合基础知识

	排列	组合
定义	从 n 个不同元素中，任取 m 个排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列。	从 n 个不同元素中，任取 m 个并成一组，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合。
表示	A_n^m	C_n^m
共同点	都从 n 个不同元素中任取 m 个元素	
不同点	与顺序有关	与顺序无关
计算方式	$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$	$C_n^m = C_n^{n-m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ $= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)(m-2)\cdots 2 \times 1}$
其它	$A_n^n = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$	$C_n^1 = n$; $C_n^n = 1$

2. 解题步骤：

第一步，读题干关键词，有多少种方案、方法，确定为排列组合问题。

第二步，找出总体和符合条件的部分，将符合条件的部分交换顺序，看是否有区别，有区别为排列，无区别为组合。

第三步，列式求得答案。

【加/乘法原理型】

1. 加法原理和乘法原理

(1) **加法原理 (分类)**：若完成一件事，可以根据某个条件分为几种情况，各种情况都能独立完成任务，则将多种情况计算出的结果相加，所得的和为完成这件事的种类数。

(2) 乘法原理 (分步) : 若完成一件事, 需要划分成多个步骤依次完成, 每个步骤内的任务之间没有交叉, 则将每个步骤计算出的结果相乘, 所得的积为完成这件事的种类数。

2. 解题步骤 :

第一步, 读题干, 从特定要求入手, 完成这件事情是否有多种方式或者需要很多步, 确定为加乘法原理型。

第二步, 利用排列组合基础概念, 分列出每一类或每一步的排列组合方案数。

第三步, 若是分类完成, 将结果相加; 若为分步完成, 将结果相乘。

【方法技巧型】

一, 捆绑法

1. **题目特征 :** 出现元素 “在一起”、“相邻”、“相连” 等词, 例如每对情侣、夫妻、三口之家必须排 “在一起” 等。

2. **解题技巧 :**

(1) **先捆绑 :** 先将 “在一起” 的元素 “捆绑” 为一个整体, 与其它元素进行排序。

(2) **再内部 :** 再考虑 “捆” 内的元素排列顺序。

二, 插空法

1. **题目特征 :** 出现元素 “不在一起”、“不相邻”、“不相连” 等词, 例如红色旗和蓝色旗不相邻等。

2. **解题技巧 :**

(1) **先排其它 :** 先将无要求的元素进行排序。

(2) **再插空 :** 再把 “不在一起” “不相邻” 的元素插空到已经排列好的元素中间 (根据题目要求)。

三, 隔板法

1. **题目特征 :** 将一组 “相同” 的元素分成数量不等的若干组, 每组 “至少一个” 或 “至少 m 个”, 例如每个人至少分得 2 个苹果。

2. **解题技巧 :**

(1) 将 n 个相同的元素分成 m 份, 每份至少一个, 则有 C_{n-1}^{m-1} 种分配方法。

(2) 将 n 个相同的元素分成 m 份, 每份至少 a ($a > 1$) 个, 则先将 m 份的每份分配 $a-1$ 个, 那么分出去 $m(a-1)$ 个, 还剩 $n-m(a-1)$ 个, 再将这些元素分成 m 份, 每份至少一个, 则有 $C_{n-m(a-1)-1}^{m-1}$ 种分配方法。

四, 错位排序

1. **题目特征 :** $1 \sim n$ 个不同的元素对应 $1 \sim n$ 个位置, 经排序后, 第 m 个元素不能回到第 m 个位置。

2. **解题技巧 :**

n 个元素错位排序 (即每个元素位置与本身的序号都不同), 则对应的排列情况分别为,

$D_1 = 0$ 种, $D_2 = 1$ 种, $D_3 = 2$ 种, $D_4 = 9$ 种, $D_5 = 44$ 种, $\dots D_n = (n-1)(D_{n-2} + D_{n-1})$ 种。

6. 两支篮球队打一个系列赛，三场两胜制，第一场和第三场在甲队的主场，第二场在乙队的主场。已知甲队主场赢球概率为0.7，客场赢球概率为0.5。问甲队赢得这个系列赛的概率为多少？
- A. 0.3
B. 0.595
C. 0.7
D. 0.795
7. 甲和乙进行打靶比赛，各打两发子弹，中靶数量多的人获胜。甲每发子弹中靶的概率是60%，而乙每发子弹中靶的概率是30%。则比赛中乙战胜甲的可能性：
- A. 小于5%
B. 在5%~10%之间
C. 在10%~15%之间
D. 大于15%
8. 甲、乙、丙三人打羽毛球，甲对乙、乙对丙和甲对丙的胜率分别为60%、50%和70%。比赛第一场甲与乙对阵，往后每场都由上一场的胜者对阵上一场的轮空者。则第三场比赛为甲对丙的概率比第二场：
- A. 低40个百分点
B. 低20个百分点
C. 高40个百分点
D. 高20个百分点
9. 甲、乙两名实力相当（即每一局两人中任意一人获胜的概率相同）的棋手进行7局4胜制的比赛，前3局赛完后，甲以2:1领先于乙，那么甲获得最后胜利的概率是多少？
- A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{5}{8}$
D. $\frac{11}{16}$
10. 某次知识竞赛试卷包括3道每题10分的甲类题，2道每题20分的乙类题以及1道30分的丙类题。参赛者赵某随机选择其中的部分试题作答并全部答对，其最终得分为70分。问赵某未选择丙类题的概率为多少？
- A. $\frac{1}{3}$
B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{7}$
D. $\frac{1}{8}$

硬核解析

1. 【答案】B

【解题思路】从3双“相同”的鞋中抽取一只左鞋，再抽取一只右鞋的方法有 $C_3^1 \times C_3^1 = 9$ 种；任意抽取两只鞋的方法有 $C_6^2 = 15$ 种。故随机抽取一双鞋的“概率”为 $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ 。因此，选择B选项。

解法二：

先任意抽取一只鞋（左右皆可），其概率为1。若先抽取的为左鞋，要想组成一双鞋，则要从剩余的5只鞋中抽取一只右鞋，概率为 $\frac{3}{5}$ 。故抽取一双鞋的概率为 $1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ 。因此，选择B选项。

2. 【答案】B

【解题思路】从5人中“选出”3人，共有 $C_5^3 = 10$ 种；“恰有”1人精通德语的情况数有

$C_2^1 C_3^2 = 6$ 种。则“恰有”1人精通德语的“概率”是 $\frac{6}{10} = 0.6$ 。因此，选择B选项。

3. 【答案】 D

【解题思路】 设有 N 个汉字键，则可以设置的密码总情况数为 A_N^N 。由“只有”一种正确可知，成功率为 $\frac{1}{A_N^N}$ 。要使成功率在万分之一“以下”，必须有： $\frac{1}{A_N^N} < \frac{1}{10000}$ ，即 $A_N^N > 10000$ 。

第三步，由“至少”，从A项代入， $A_5^5 = 120$ ，排除；同理排除B、C。因此，选择D选项。

4. 【答案】 A

【解题思路】 根据“之和”为奇数有两种情况：奇数+偶数；偶数+奇数，得到 $P_1 = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ；“之和”为偶数有两种情况：奇数+奇数；偶数+偶数，得到 $P_2 = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，故 $P_1 = P_2$ 。因此，选择A选项。

解法二：

投掷骰子时，出现奇数或偶数的概率相同，故两者之和为奇数或偶数的概率也相同。因此，选择A选项。

【拓展】 若采用枚举法，两枚骰子点数之和情况有2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12。5个奇数和6个偶数，则 $P_1 < P_2$ ，易误选C。错误在于每种情况有多种可能，如 $2 = 1 + 1$ 只有一种可能，而 $3 = 1 + 2$ 或 $2 + 1$ 有两种可能。

5. 【答案】 B

【解题思路】 设女性有 x 人，根据选出2人全为女性的概率“为” $\frac{1}{3}$ ，可得 $\frac{C_x^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$ ，

解得 $x = 6$ 。选出3人全为女性的“概率”为 $\frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6} \approx 16.7\%$ 。因此，选择B选项。

6. 【答案】 C

【解题思路】 根据“三场两胜”制，甲要赢得系列赛，有以下3种情况：

	第一场	第二场	第三场	概率
胜方	甲	甲		0.7×0.5
	甲	乙	甲	$0.7 \times 0.5 \times 0.7$
	乙	甲	甲	$0.3 \times 0.5 \times 0.7$

故概率为 $0.7 \times 0.5 + 0.7 \times 0.5 \times 0.7 + 0.3 \times 0.5 \times 0.7 = 0.7 \times 0.5 \times (1 + 0.7 + 0.3) = 0.7$ 。因此，选择C选项。

【拓展】 三场两胜制比赛，若一队先胜两场，则第三场无需进行。

7. 【答案】 C

【解题思路】 乙战胜甲有以下几种情况：

(1) 乙中2发、甲中0发：概率为 $(30\%)^2 \times (1 - 60\%)^2 = 1.44\%$ ；

(2) 乙中2发、甲中1发：概率为 $(30\%)^2 \times C_2^1 60\%(1-60\%) = 4.32\%$

(3) 乙中1发、甲中0发：概率为 $C_2^1 30\%(1-30\%) \times (1-60\%)^2 = 6.72\%$ 。

第三步，乙战胜甲的“可能性”为 $1.44\% + 4.32\% + 6.72\% = 12.48\%$ 。因此，选择C选项。

8. 【答案】 A

【解题思路】由“轮空”可知，要使第二场为甲对丙，则需第一场甲对乙时，甲获胜，概率为60%。要使第三场为甲对丙，则需第一场甲对乙时，乙获胜（概率为 $1-60\%=40\%$ ）；第二场为乙对丙时，丙获胜（概率为 $1-50\%=50\%$ ），故第三场甲对丙概率为 $40\% \times 50\% = 20\%$ 。

第三场比赛甲对丙的概率与第二场相差 $20\% - 60\% = -40\%$ ，即低40个百分点。因此，选择A选项。

9. 【答案】 D

【解题思路】由“相同”可知甲或乙每局获胜的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，前3局甲已获胜2局，根据“7局4胜制”可知，甲获胜有三种情况：

(1) 比赛进行5局结束，甲在第4、5局中均获胜，概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ；

(2) 比赛进行6局结束，甲在第4、5局中只赢1局，第6局必赢，概率为 $C_2^1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ；

(3) 比赛进行7局结束，甲在第4、5、6局中只赢1局，第7局必赢，概率为 $C_3^1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$ 。

甲获胜的“概率”为 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$ 。因此，选择D选项。

解法二：

逆向思维法。 $P_{甲} = 1 - P_{乙}$ ，乙获胜有两种情况：

(1) 乙第4~6局连胜，概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ；

(2) 乙只在第4~6局中输1局，第7局必赢，概率为 $C_3^1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$ 。 $P_{乙} = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$ ，

则 $P_{甲} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$ 。因此，选择D选项。

10. 【答案】 D

【解题思路】

第一步，标记量化关系“全部答对”、“未选择”、“概率”。

第二步，根据部分试题作答并“全部答对”得70分，讨论做对的情况可能为：

(1) 乙类题2道、丙类题1道，有1种；

(2) 甲类题2道、乙类题1道、丙类题1道，有 $C_3^2 \times C_2^1 = 6$ 种；

(3) 甲类题3道、乙类题2道，有1种。

第三步，总共为 $1+6+1=8$ 种情况，“未选择”丙类题的有1种，故概率为 $\frac{1}{8}$ 。因此，

选择D选项。

必杀技

【基础公式型】

1.核心公式：某种情况发生的**概率** $P = \frac{\text{符合条件的情况数}}{\text{总的情况数}}$ 。

2.解题步骤：

第一步，读题干关键词：概率，且已知条件未出现具体的概率值，确定为基本公式型。

第二步，找出总情况数和符合条件情况数。

第三步，利用核心公式，得出答案。

【分类/分步型】

1.基本概念：

(1) **分类概率**：某项任务可以在**多种情况下完成**，则分别求解满足条件的每种情形的概率，然后将所有概率值相加。

(2) **分步概率**：某项任务必须按照**多个步骤完成**，则分别求解特定条件下每个步骤的概率，然后将所有概率值相乘。

2.解题步骤：

第一步，读题干关键词：概率，且已知条件给出具体的概率值，则确定为分类分步型概率。

第二步，找出分类的情况数及每种情况的概率。

第三步，利用加/乘法原理得出总概率。

专题9 几何问题

题型概述

几何问题是研究几何图形的边长、面积、体积等相关量的题目，通常包括平面几何和立体几何两大类，常见的图形有三角形、正方形、矩形、圆形、扇形、正方体、长方体、椎体、圆柱、球体等，题目中还会将几类图形“拼凑”或“割补”为不规则图形考查。对于常见图形的基本性质是一个考点，如三角形三边关系、勾股定理、相似定理等。例如求阴影部分的面积、表面积最大为多少、能构成三角形的有几个等。其主要测查考生的观察能力和空间想象力。

几何问题为每年的必考题型，特别是近几年的考查比例还有所上升。国考省部和市地级每年考查1~2道，2017年省部考查3道，可见其重要性。联考每年约考查1~2道，但2017年的湖北卷考查5道，其中3道题目相对简单，2道题目难度中等以上，约占数量模块的33.3%。同样，2018山西卷考查4道题目，数量模块共计10道题目，占比40%。毫无疑问几何问题已成为了这两年的热门考点。

几何问题整体难度中等偏上，考查方式灵活，题型变化多样，有明显的难度阶梯，是考试取得高分的重要模块。

根据历年题型，将几何问题分为平面几何、立体几何和几何专项三类。

必做题

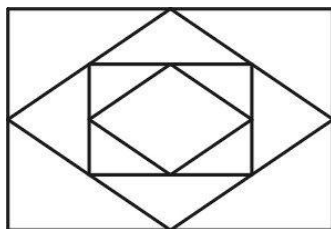
1. 某次军事演习中，一架无人机停在空中对三个地面目标点进行侦察。已知三个目标点在地面上的连线为直角三角形，两个点之间的最远距离为600米。问无人机与三个点同时保持500米距离时，其飞行高度为多少米？

- A. 500
B. 600
C. 300
D. 400

2. 三角形的内角和为180度，问六边形的内角和是多少度？

- A. 720度
B. 600度
C. 480度
D. 360度

3. 小王近期正在装修新房，他计划将长8米、宽6米的客厅按右图所示分别在各边中点连线形成的四边形内铺设不同花色的瓷砖，则需要为最里侧的四边形铺设多少平方米的磁砖？



- A. 3
B. 6
C. 12
D. 24

4. 在正方形草坪的正中有一个长方形池塘，池塘的周长是草坪的一半，面积是除池塘之外草坪面积的 $\frac{1}{3}$ ，则池塘的长和宽之比为：

A. 1:1

B. 2:1

C. 4:1

D. $\sqrt{2}:(2-\sqrt{2})$

5. 某地市区有一个长方形广场其面积为1600平方米。由此可知，这个广场的周长至少有：

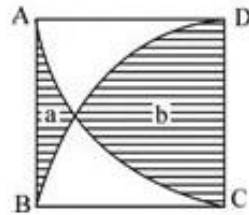
A. 160米

B. 200米

C. 240米

D. 320米

6. 如下图所示，正方形ABCD的边长为5cm，AC、BD分别是以点D和点C为圆心、5cm为半径作的圆弧。问阴影部分a的面积比阴影部分b小多少？（ π 取3.14）



A. 13.75平方厘米

B. 14.25平方厘米

C. 14.75平方厘米

D. 15.25平方厘米

7. 将一个棱长为整数的正方体零件切掉一个角，截面是面积为 $100\sqrt{3}$ 的三角形。问其棱长最小为多少？

A. 15

B. 10

C. 8

D. 6

8. 一个正方体的边长为1，一只蚂蚁从其一个角出发，沿着正方体的棱行进，直到经过该正方体的每一条棱为止（经过一个顶点即算作经过该顶点所连接的3条棱）。则其最短的行进距离为：

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

9. 火车站A和B与初始发车站C的直线距离都等于 a km，站点A在发车站C的北偏东 20° ，站点B在发车站C的南偏东 40° ，若在站点A和站点B之间架设火车轨道，则最短的距离为：

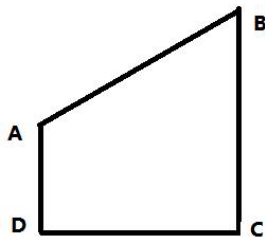
A. a km

B. $3a$ km

C. $2a$ km

D. $\sqrt{3}a$ km

10. 某市规划建设4个小区，分别位于直角梯形ABCD的4个顶点处（如图）， $AD = 4$ 千米， $CD = BC = 12$ 千米。欲在CD上选一点S建幼儿园，使其与4个小区的直线距离之和为最小，则S与C的距离是：



A. 3千米

B. 4千米

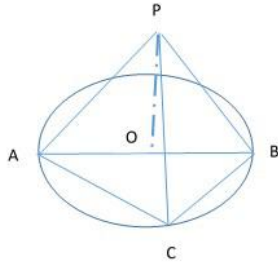
C. 6千米

D. 9千米

硬核解析

1. 【答案】 D

【解题思路】 根据与三个点“同时”保持500米得到右图，飞机P的投影点O与三个顶点A、B、C的距离也相同。根据任意直角三角形中，斜边中点距离三个顶点距离相同，所以投影点为斜边中点，所以OC长度为最远两点AB（600米）的一半，即 $OC = 300$ 米。



在直角 $\triangle POC$ 中， $PO = \sqrt{PC^2 - OC^2} = \sqrt{500^2 - 300^2} = 400$ 米。因此，选择D选项。

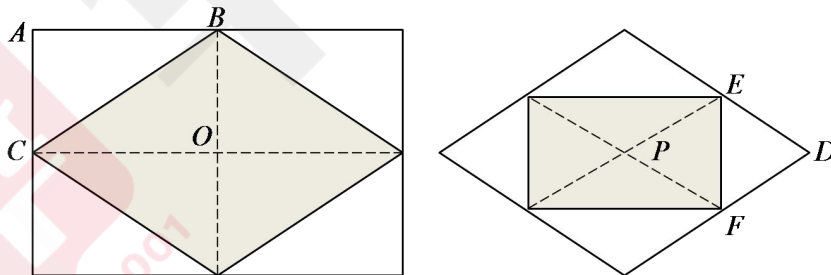
2. 【答案】 A

【解题思路】 六边形的内角和“是” $(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$ 。因此，选择A选项。

3. 【答案】 B

【解题思路】 连结各边“中点”形成的新四边形如图：因为 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OBC}$ ， $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle PEF}$ ，故每个图形中灰色部分的面积与白色部分面积相等，即灰色面积是原图形的一半。所以，相邻两层内层面积是上一层面积的一半。

最上层面积为 $8 \times 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 6$ 平方米。因此，选择B选项。



【拓展】 一、连结矩形各边中点形成的图形为菱形，菱形的对角线相互垂直。

二、连结四边形中点所组成的中点四边形具体性质如下：

- 任意四边形，中点四边形是平行四边形；
- 对角线垂直的四边形，中点四边形是矩形；
- 对角线等长的四边形，中点四边形是菱形。

4. 【答案】 A

【解题思路】 池塘周长“是”草坪的一半，赋值正方形草坪的周长为8，则池塘的周长为4；由于池塘面积“是”除池塘之外草坪面积的 $\frac{1}{3}$ ，则池塘面积是正方形草坪面积的 $\frac{1}{4}$ ，正方形草坪的面积为4，故池塘面积为1。

设池塘长为 x ，宽为 y ，则有 $\begin{cases} 2(x+y)=4 \\ xy=1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ ，故长宽之比为 1:1。因此，选

择 A 选项。

5. 【答案】 A

【解题思路】 设长方形的长为 x ，根据面积为 1600 可得宽为 $\frac{1600}{x}$ 。长方形的周长为 $2\left(x+\frac{1600}{x}\right)$ 。根据均值不等式可得，当 $x=\frac{1600}{x}$ 即 $x=40$ 米时，周长为最小，最小值为

$2\left(40+\frac{1600}{40}\right)=160$ 米。因此，选择 A 选项。

解法二：

根据几何最值定理，面积一定的长方形越接近于正方形时，边长越短即周长越短，则直接求得正方形边长为 $\sqrt{1600}=40$ 米，周长为 $4\times 40=160$ 米。因此，选择 A 选项。

【拓展】 若 $a>0$ ， $b>0$ 则 $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$ ，当且仅当 $a=b$ 时，等号成立。

6. 【答案】 B

【解题思路】 阴影部分 a 、 b 分别加上上面的空白部分，构成闭合区域 ABD 、 ACD ， a 、 b 的面积差等于 ABD 、 ACD 的面积差，则 $S=\frac{1}{4}\times\pi\times 5^2-(5^2-\frac{1}{4}\times\pi\times 5^2)\approx 14.25$ 平方厘米。因此，选择 B 选项。

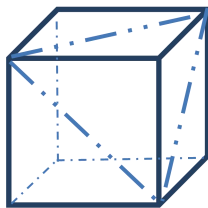
解法二：

根据二集合容斥公式，可得 $S_{\text{正方形}}=S_{ACD}+S_{BCD}-b+a$ ，化简得 $b-a=S_{ACD}+S_{BCD}-S_{\text{正方形}}=\frac{1}{4}\times\pi\times 5^2-5^2\approx 14.25$ 平方厘米。因此，选择 B 选项。

【拓展】 二集合容斥：总体 $I=A+B-A\cap B+\overline{A\cap B}$ ($A\cap B$ 表示都满足， $\overline{A\cap B}$ 表示都不满足)。

7. 【答案】 A

【解题思路】 当截面面积为定值时，为了棱长“最小”，则需要截面与正方体的接触面最大。在切掉一个角的情况下，最大截面为如图虚线所构成的正三角形。设正方体棱长为 a ，则正三角形的边长为 $\sqrt{2}a$ ，面积 $100\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}a\times\frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{2}a)$ 。

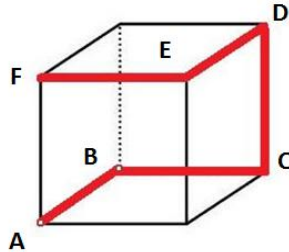


解得 $a=10\sqrt{2}=14.14$ ，故最小整数值为 15。因此，选择 A 选项。

【拓展】常用无理数： $\sqrt{2}=1.414$ ， $\sqrt{3}=1.732$ ， $\sqrt{5}=2.236$ 。

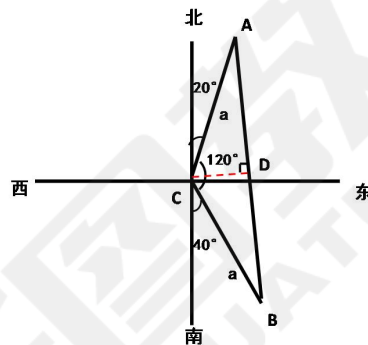
8. 【答案】 C

【解题思路】由“最短”可知，每经过一点，尽可能让该点所连接的三条棱与之前不同。若从 A 点出发，最短路径为 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ （如图所示），行进距离为 5。因此，选择 C 选项。



9. 【答案】 D

【解题思路】



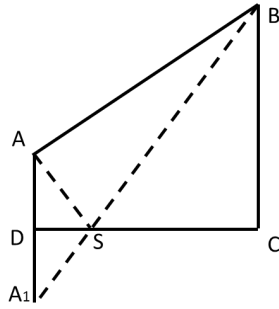
A、B、C 三点位置如图所示，根据 A、B 两站相对于 C 站的方位，可得 $\angle ACB = 120^\circ$ 。根据 AC、BC 都等于 $a \text{ km}$ ，可知 $\triangle ABC$ 为等腰三角形。

作 $CD \perp AB$ 于 D 点，根据 $AC = a$ ， $\angle DAC = 30^\circ$ ，可得 $CD = \frac{a}{2}$ （直角三角形中， 30° 角所对应的直角边为斜边的一半）。根据勾股定理得 $AD = \sqrt{a^2 - (\frac{a}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ，则

$AB = 2AD = \sqrt{3}a \text{ km}$ 。因此，选择 D 选项。

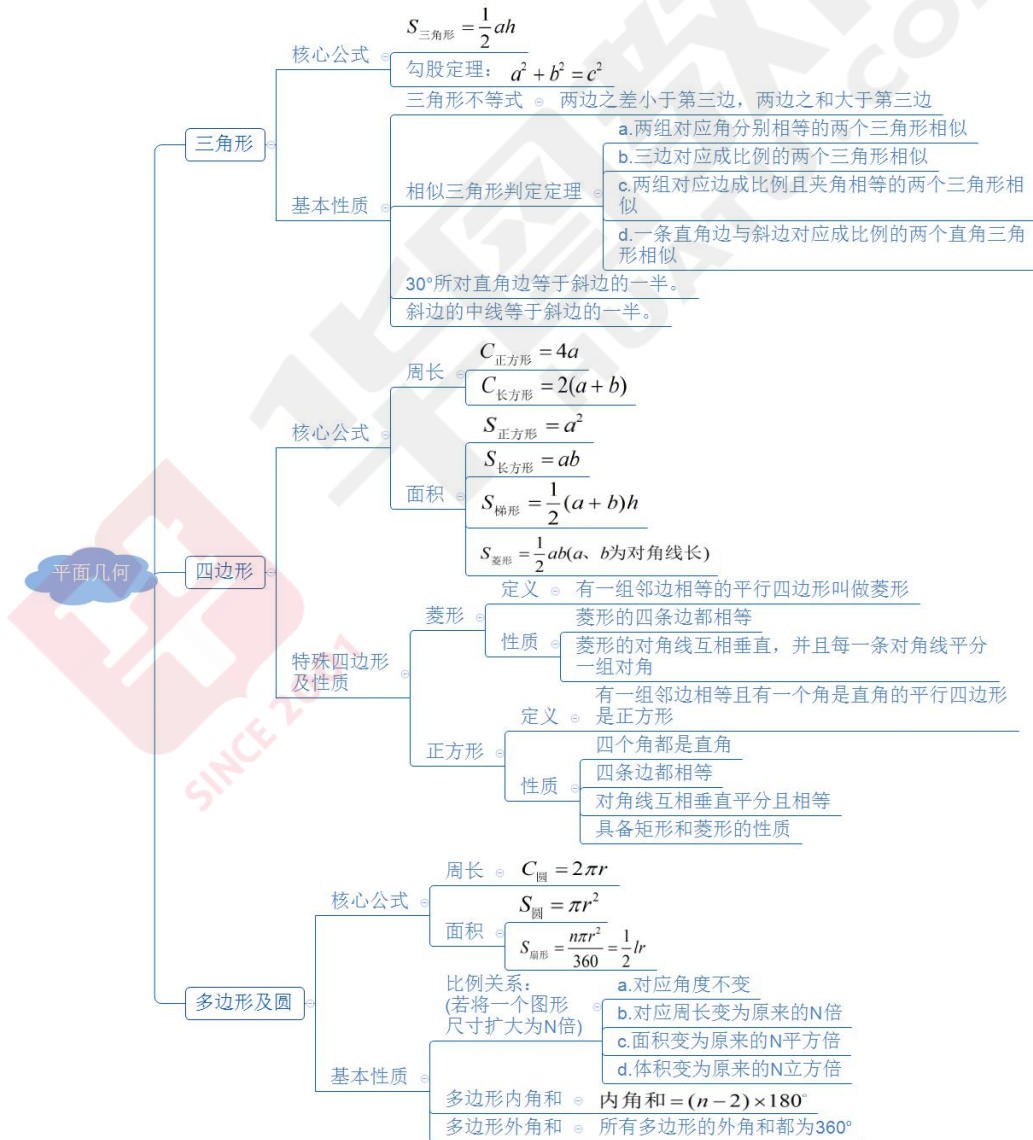
10. 【答案】 D

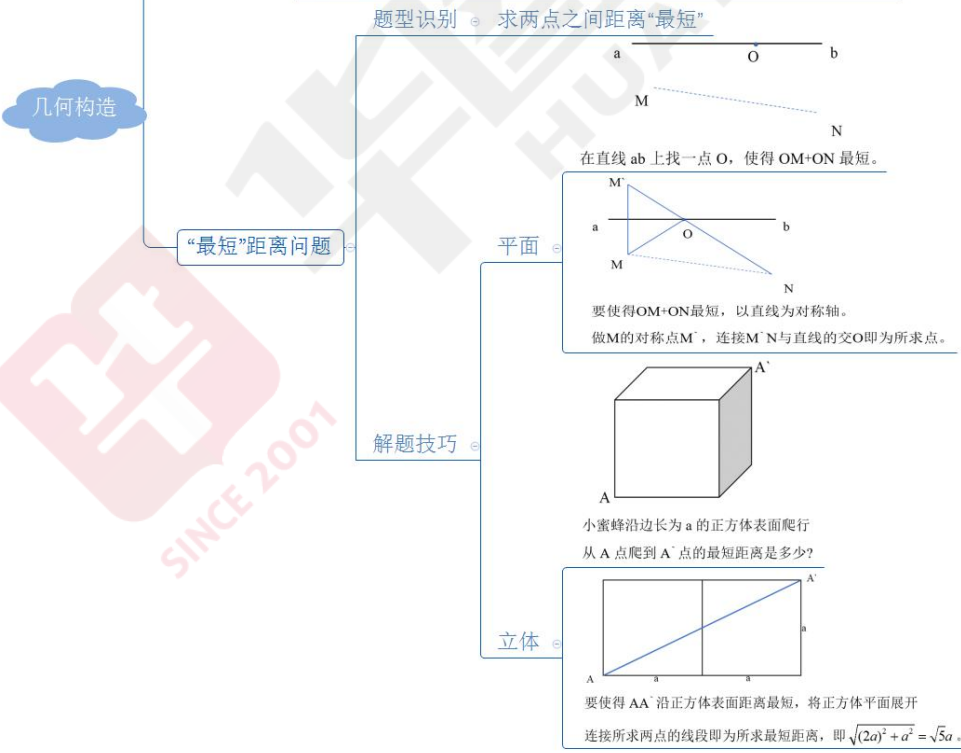
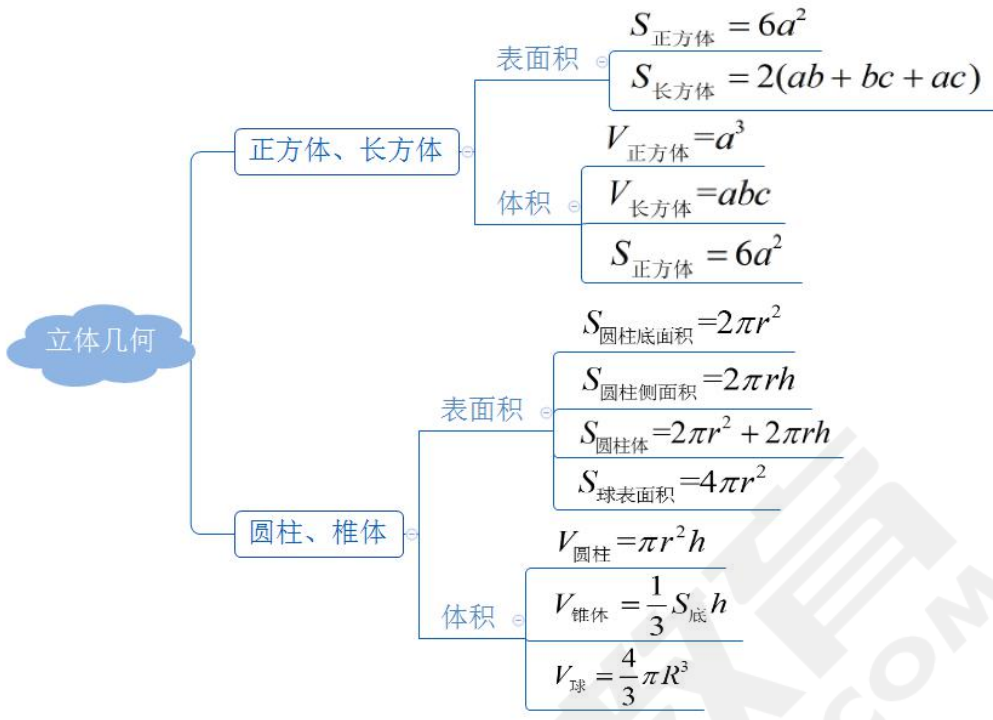
【解题思路】幼儿园 S 与 4 个小区的直线距离之和为 $AS + BS + CS + DS = AS + BS + CD$ ，要使其“最小”，只需 $AS + BS$ 最小。如图，以 CD 为对称轴，作 A 的对称点 A_1 ，连接 A_1B ，与 CD 的交点即为 S 点，此时 $AS + BS$ “最小”（两点之间直线最短）。



$\triangle ADS$ 与 $\triangle BCS$ 为相似三角形，因此 $\frac{SD}{SC} = \frac{AD}{BC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ，且 $SC + SD = CD = 12$ 千米，解得 $SC = \frac{3}{4} \times 12 = 9$ 千米。因此，选择 D 选项。

必杀技





专题 10 最值问题

题型概述

最值问题通常是利用极端假设思想来构造题目中的情景，通常题目会出现“最多”、“最少”、“至多”、“至少”等这样的词，例如人数最多的部门最多有多少人，第三名至少得多少分，至少抽出几个球才能保证有白球。

最值问题近些年的考查频率不高，从国联的考情来看，约为 4-5 年考查一次。国考继 2014 年考查后，2018 年又再次出现，且省部级考查 2 道题。联考就近 5 年来说，只有 2014 年考查一次。但在一些独立命题的省份，如山东、江苏都连续出现，同时还会结合其他题型一起考查。

最值问题整体难度中等，部分题目如果是初次学习，感觉比较难，但其实是有固定的解题套路，只要掌握特定的解题技巧，这类题目就能迎刃而解，此类题目占比约为 90%左右。还有少部分题目，需要结合具体的已知条件和其他题型解答，难度略高。

最值问题分为最不利构造（抽屉原理）和数列构造。其中最不利构造的部分题目比较简单，有固定的解题技巧，但其考查时若结合排列组合的知识，难度就会有所上升。数列构造的难度略低于最不利构造，常用“四步走”就可以解决大多数题目，是考试的必拿分题目。

必做题

1. 有 300 名求职者参加高端人才专场招聘会，其中软件设计类、市场营销类、财务管理类和人力资源管理类分别有 100、80、70 和 50 人。问至少有多少人找到工作，才能保证一定有 70 名找到工作的人专业相同？
A. 71
B. 119
C. 258
D. 277
2. 某单位五个处室分别有职工 5、8、18、21 和 22 人，现有一项工作要从该单位随机抽调若干人，问至少要抽调多少人，才能保证抽调的人中一定有两个处室的人数和超过 15 人？
A. 34
B. 35
C. 36
D. 37
3. 某区要从 10 位候选人中投票选举人大代表，现规定每位选举人必须从这 10 位中任选两位投票。问至少要有多少位选举人参加投票，才能保证有不少于 10 位选举人投了相同两位候选人的票？
A. 382 位
B. 406 位
C. 451 位
D. 516 位
4. 某机关 20 人参加百分制的普法考试，及格线为 60 分，20 人的平均成绩为 88 分，及格率为 95%。所有人得分均为整数，且彼此得分不同。问成绩排名第十的人最低考了多少分？
A. 89
B. 88
C. 91
D. 90
5. 某市场调查公司 3 个调查组共 40 余人，每组都有 10 余人且人数各不相同。2017 年重新调整分组时发现，若想分为 4 个人数相同的小组，至少需要新招 1 人；若想分为 5 个人数相同的小组，至少还需要新招 2 人。问原来 3 个组中人数最多的组比人数最少的组至少多几人？
A. 2
B. 3

- C. 4
D. 5
6. 100人参加7项活动，已知每个人只参加一项活动，而且每项活动参加的人数都不一样，那么，参加人数第四多的活动最多有几个人参加？
A. 22
B. 21
C. 24
D. 23
7. 10个箱子总重100公斤，且重量排在前三位的箱子总重不超过重量排在后三位的箱子总重的1.5倍。问最重的箱子重量最多是多少公斤？
A. $\frac{200}{11}$
B. $\frac{500}{23}$
C. 20
D. 25
8. 某连锁企业在10个城市共有100家专卖店，每个城市的专卖店数量都不同。如果专卖店数量排名第5多的城市有12家专卖店，那么专卖店数量排名最后的城市，最多有几家专卖店？
A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
9. 某单位2011年招聘了65名毕业生，拟分配到该单位的7个不同部门。假设行政部门分得的毕业生人数比其他部门都多，问行政部门分得的毕业生人数至少为多少名？
A. 10
B. 11
C. 12
D. 13
10. 在一次竞标中，评标小组对参加竞标的公司进行评分，满分120分。按得分排名，前5名的平均分为115分，且得分是互不相同的整数，则第三名得分至少是：
A. 112分
B. 113分
C. 115分
D. 116分

硬核解析

1. 【答案】C

【解题思路】由“至少”、“保证”知，本题为抽屉原理问题，答案为最不利情况数+1。最不利情况数为每个专业的人都尽量多且小于70人，即每个专业找到工作的人都是69人，而人力资源管理类只有50人，则这50人都找到工作。共有 $69 + 69 + 69 + 50 = 257$ 人。则“至少”有 $257 + 1 = 258$ 人。因此，选择C选项。

【拓展】若将人力资源管理专业的最不利情况视为69人，易误选D。

2. 【答案】B

【解题思路】由“至少”、“保证”可知本题为抽屉原理问题，答案为所有不利情况数+1。要“保证”抽调的人中一定有两个处室的人数和超过15人，最不利情况为5个人、8个人的处室全部抽调，其余3个科室抽调7人。“至少”抽调 $5 + 8 + 7 + 7 + 7 + 1 = 35$ 人。因此，选择B选项。

3. 【答案】B

【解题思路】根据“至少”、“保证”可知，本题为抽屉原理问题，答案为所有最不利情况数+1。从10位候选人中任选两位投票，共有 $C_{10}^2 = 45$ 种情况，所有不利情况为每种情况有9位选举人投票，则有 $9 \times 45 = 405$ 位选举人投票。

故“至少”要有 $405 + 1 = 406$ 位选举人参加投票。因此，选择B选项。

4. 【答案】A

【解题思路】由及格率为95%可知，有 $20 \times (1 - 95\%) = 1$ 人不及格，即排名第二十的人分数低于60分。若想“排名”第十的人分数“最低”，则其他人分数应尽量高。设“排名”第十的人考了 x 分，根据彼此得分“不同”，可构造出所有人分数为：

第一名~第九名：100、99……92；

第十名~第二十名： x 、 $x-1$ …… $x-9$ 、59。

由20人“平均”成绩为88分，可得 $88 \times 20 = 100 + 99 + \dots + 92 + x + (x-1) + \dots + (x-9) + 59$ ，

解得 $x = 88.2$ ，则成绩“排名”第十的人“最低”考了89分。因此，选择A选项。

5. **【答案】** B

【解题思路】根据总人数为40余人，且平均分4组缺1人，平均分5组缺2人，可知总人数为43人。原三个小组中，每组人数不同，且不相等，求最多的比最少的至少，即最值问题中的数列构造，设最大的为 x ，且问差至少，要求最大的最小，最小的最大即可，那么第二大为 $(x-1)$ ，第三大为 $(x-2)$ ，则 $x + x - 1 + x - 2 = 43$ ， $x = 15^+$ ， x 取16，最小为13，则最大与最小的差为3。因此，选择B选项。

6. **【答案】** A

【解题思路】要使人“第四”多的活动人数“最多”，则其他活动的人数应尽量少。设人数第四多的活动最多有 x 人参加，根据人数“都不一样”，由多到少构造出7项活动的人数依次为 $x+3$ 、 $x+2$ 、 $x+1$ 、 x 、3、2、1。

由100人参加7项活动且每人只参加一项，可得 $(x+3) + (x+2) + (x+1) + x + 3 + 2 + 1 = 100$ ，解得 $x = 22$ ，即人数第四多的活动“最多”有22个人参加。因此，选择A选项。

7. **【答案】** B

【解题思路】要求10个箱子中“最重”的箱子重量“最多”，则其余9个箱子尽可能轻。设最重的箱子重量为 x ，最轻的为 y ，为使 x 尽可能大，则其余箱子尽可能轻，重量应均为 y 。根据前三总重“不超过”后三的1.5倍，为保证 x 最大，那么前三最重应为后三的1.5倍，可得 $x + 2y = 1.5 \times 3y$ ，即 $x = 2.5y$ ①。

由10个箱子总重100公斤，可知 $x + 9y = 100$ ，将①代入化简得 $11.5y = 100$ ，解得 $y = \frac{200}{23}$ ，

则 $x = 2.5 \times \frac{200}{23} = \frac{500}{23}$ 公斤。因此，选择B选项。

8. **【答案】** C

【解题思路】

第一步，标记量化关系“不同”、“最后”、“最多”。

第二步，设排名最后的城市有 x 家专卖店，若要排名“最后”的城市专卖店“最多”，则其他城市专卖店数量应尽量少。根据数量都“不同”，可构造每个城市专卖店数量，如下表：

排名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数量	16	15	14	13	12	$x+4$	$x+3$	$x+2$	$x+1$	x

第三步，专卖店总数 $100 = 16 + 15 + 14 + 13 + 12 + (x+4) + (x+3) + (x+2) + (x+1) + x$ ，解得 $x = 4$ 。因此，选择C选项。

9. **【答案】** B

【解题思路】

第一步，标记量化关系“比”、“至少”。

第二步，设行政部门人数为 x ，若要行政部门人数“至少”，则其他部门人数尽量多。根据“比”其他部门都多，可得其他部门人数最多均为 $x-1$ ，故 $x+6(x-1)=65$ 。

第三步，解得 $x=10\frac{1}{7}$ ，即行政部门分得的毕业生人数“至少”为11名。因此，选择B选项。

10. 【答案】B

【解题思路】

第一步，标记量化关系“平均分”、“互不相同”、“至少”。

第二步，设第三名为 x 分，总分一定的情况下，为使 x “至少”，则其他名次的分数尽可能高。根据得分是“互不相同”的整数，则前两名最高为120、119分，后两名最高为 $x-1$ 、 $x-2$ 。

第三步，根据前5名的“平均分”为115，可得 $115\times 5=120+119+x+x-1+x-2$ ，解得 $x=113$ 。因此，选择B选项。

必杀技

【最不利构造】



【数列构造】

