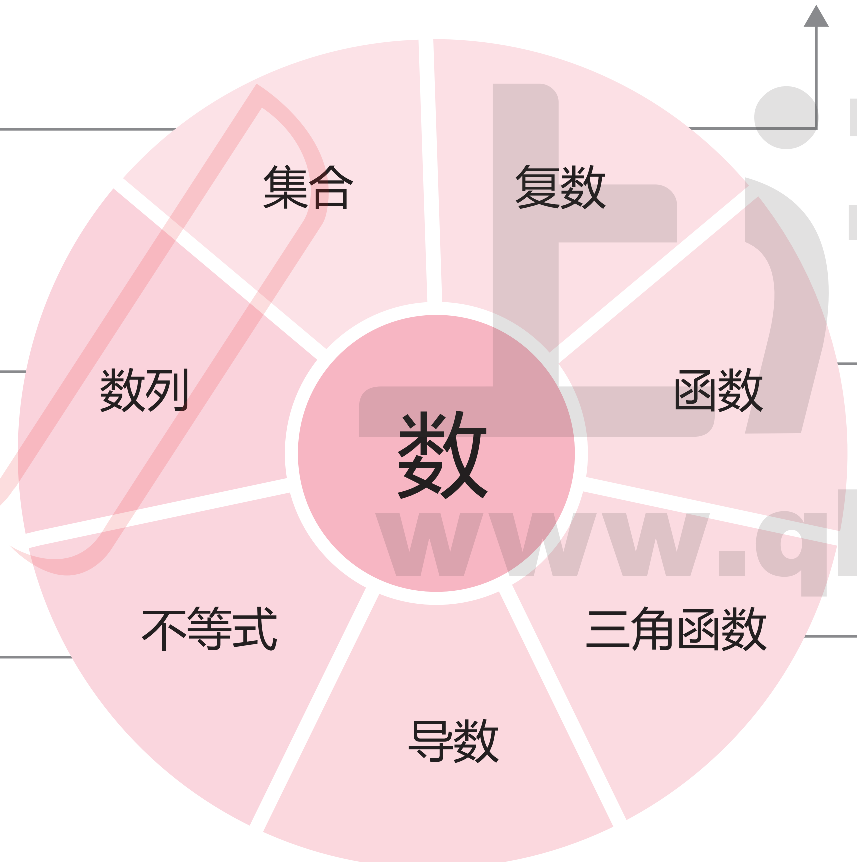
北大数院高考名师——赵炜

一图帮你梳理高中数学核心知识



Ⅰ集合与常用逻辑用语

1.集合的概念与表示

定义	某些指定的对象集在一起就构成一个集合。集合中的每个对象叫集合的元素
元素与集合关系	是属于“$\in$”与不属于“$\notin$”的关系

1.表示方法		2.分类		3.元素特性	
列举法	把集合中的元素一一列举出来	有限集	含有有限个元素的集合	确定性	给定一个集合，集合中元素是确定的
描述法	集合中元素公共属性描述出来	无限集	含有无限个元素的集合	互异性	集合里不允许有相同的元素重复地出现
图示法	用一条封闭的曲线表示	$\varnothing$空集	不含任何元素的集合	无序性	集合里的元素构成与元素的顺序无关

2.集合的关系

全集	若集合U含有我们研究的各个元素，这个集合就可以看作一个全集
空集	不含任何元素的集合。用“$\varnothing$”表示
子集	$A\subseteq B$；$x\in A\Rightarrow x\in B$
真子集	$A\subsetneqq B$；$x\in A\Rightarrow x\in B$且$\exists x_0\in B$，$x_0\notin A$
集合相等	$A=B$；$A\subseteq B$且$B\subseteq A$

3.常用数集及记法

N^*	正整数集
Z	整数集
Q	有理数集
N	自然数集
R	实数集

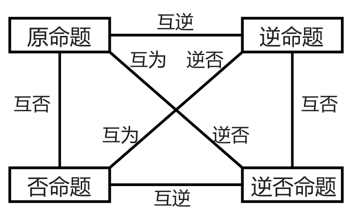
4.集合的基本运算

	定义	性质
A与B的交集	$A\cap B=\{x\mid x\in A且x\in B\}$	$A\cap A=A$　$A\cap\varnothing=\varnothing$　$A\cap B=B\cap A$
A与B的并集	$A\cup B=\{x\mid x\in A或x\in B\}$	$A\cup A=A$　$A\cup\varnothing=A$　$A\cup B=B\cup A$
补集	$C_UA=\{x\mid x\in U且x\notin A\}$	$C_U(C_UA)=A$　$A\cap(C_UA)=\varnothing$　$A\cup(C_UA)=U$

Ⅱ常用逻辑用语

Ⅰ关系

等价命题	互为逆否的两个命题
互为逆否命题	原命题与逆否命题、逆命题与否命题



Ⅱ逻辑联结词

且	p且q，记作$p\wedge q$
或	p或q，记作$p\vee q$
非	非p，记作$\neg p$

Ⅳ 1：真；0：假

p	$\neg p$
1	0
0	1

Ⅲ真值表

p	q	$p\wedge q$	$p\vee q$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	0

Ⅴ充要条件

定义		$A=\{x\mid p\}$ $B=\{x\mid q\}$	从集合的观点看	全称量词“$\forall$”与存在量词“$\exists$”	
$p\Rightarrow q$	p是q成立的充分条件	$A\subseteq B$	p是q成立的充分条件	全称命题	$\forall x\in A,P(x)$
$q\Rightarrow p$	p是q成立的必要条件	$A\supseteq B$	p是q成立的必要条件	特称命题	$\exists x\in A,P(x)$
$q\Leftrightarrow p$	p是q成立的充要条件	$A=B$	p是q成立的充要条件	命题的否定	含一个量词

复数

Ⅰ代数形式 $z=x+yi$

点$P(x,y)\xleftrightarrow{一一对应}$复数$z=x+yi(x,y\in R)\xleftrightarrow{一一对应}$向量$\overrightarrow{OP}(x,y\in R)$

$R(z)=x,I(z)=y$ 若 $I(z)=0$，则z为实数；若$\begin{cases}I(z)\neq0\\R(z)=0\end{cases}$，则$z$为纯虚数

复数相等	$z_1=z_2\Leftrightarrow\begin{cases}R(z_1)=R(z_2)\\I(z_1)=I(z_2)\end{cases}$	复数共轭	z_1、z_2共轭$\Leftrightarrow\begin{cases}R(z_1)=R(z_2)\\I(z_1)+I(z_2)=0\end{cases}$
	z为实数$\Leftrightarrow z=\bar z$		
	z为纯虚数$\Leftrightarrow z+\bar z=0$		

Ⅱ运算

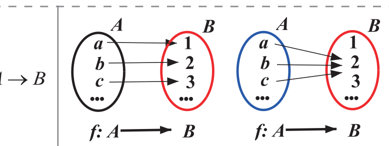
加法与减法	$z_1\pm z_2=[R(z_1)\pm R(z_2)]+i[I(z_1)\pm I(z_2)]$ $\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}=\overrightarrow{OP}$（平行四边形法则） $\overrightarrow{P_2P_1}=\overrightarrow{OP_1}-\overrightarrow{OP_2}$（三角形法则） $\left\|\,\|z_1\|-\|z_2\|\,\right\|\le\|z_1+z_2\|\le\|z_1\|+\|z_2\|$ 当且仅当$z_2=kz_1(k>0)$时，右边等号成立 当且仅当$z_2=kz_1(k<0)$时，左边等号成立	乘法与除法	$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+i(bc+ad)$ $\frac{a+bi}{c+di}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ 共轭复数的性质 $\|\bar z\|^2=\|z\|^2=z\cdot\bar z$

函数

Ⅰ函数基本性质

奇偶性	$f(-x)=-f(x),x\in$定义域D，则$f(x)$叫做奇函数，其图像关于原点对称 $f(-x)=f(x),x\in$定义域D，则$f(x)$叫做偶函数，其图像关于y轴对称 奇偶函数的定义域关于原点对称
单调性	对于定义域内的某个区间D，$x_1,x_2\in D$ 若$x_1<x_2$有$f(x_1)<f(x_2)$，则$f(x)$在D上递增；D是$f(x)$的一个递增区间 有$f(x_1)>f(x_2)$，则$f(x)$在D上递减；D是$f(x)$的一个递减区间
周期性	在函数$f(x)$的定义域上恒有$f(x+T)=f(x)(T\neq0为常数)$，则$f(x)$叫做周期函数 T为其周期；T的最小正值叫做$f(x)$的最小正周期，简称周期

Ⅱ函数及其表示

映射$f:A\to B$	
函数定义	设A、B是R上非空数集，映射$f:A\to B$叫做集合A到B上的一个函数。记作$y=f(x),x\in A$
关系	函数映射是一类特殊的映射，对应关系有一对一、多对一、无一对多。它要求A、B非空且元素皆为实数

1.表示法

列表	利用表格来表示两个变量的函数关系的方法
图像	利用函数图像来表示两个变量的函数关系的方法
解析	利用数学等式来表示两个变量的函数关系的方法

2.三要素（核心是对应法则，值域是由定义域与对应法则确定的）

定义域	自变量的取值范围
对应法则	自变量x到对应函数值y的对应关系式往往以关系式形式出现，又称解析式
值域	函数值的取值范围

3.分段函数

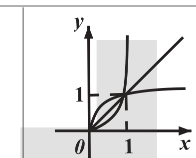
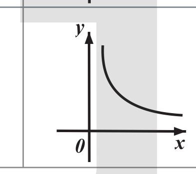
定义	对于自变量x的不同取值集合，有不同的对应关系的函数
图像	分段函数各段对应的图像
定义域 值域	定义域是各段函数定义域的并集，值域是各段值域的并集

Ⅲ基本初等函数

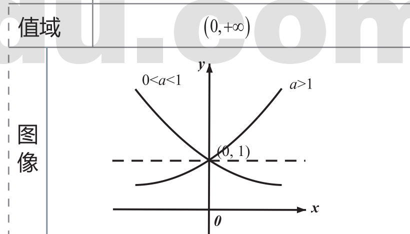
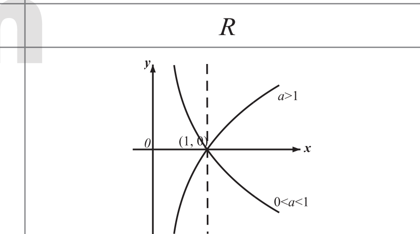
1.幂函数 $y=x^a(a\in R)$

定义	函数$y=x^a$叫做幂函数。其中x是自变量，$a\in R,a$为常数

2.性质

	图像	性质
$a>0$		1.图像都过点$(1,1)(0,0)$ 2.在第一象限内为增函数 3.在第一象限内，$a>1$时图像靠近y轴；$0<a<1$时，图像靠近x轴
$a<0$		1.图像都过点$(1,1)$ 2.在第一象限内为减函数 3.在第一象限内，向上与y轴无限逼近，向右无限逼近x轴

3.指数、对数函数

	指数函数 $y=a^x(a>0且a\neq1)$	对数函数 $y=\log_a x(a>0且a\neq1)$
定义域	R	$(0,+\infty)$
值域	$(0,+\infty)$	R
图像		
性质	$x=0,y=1$	$x=1,y=0$
	$a>1,y$递增，$x\in(-\infty,0)$时，$y\in(0,1)$ $x\in(0,+\infty)$时，$y\in(1,+\infty)$	$a>1,y$递增，$x\in(0,1)$时，$y\in(-\infty,0)$ $x\in(1,+\infty)$时，$y\in(0,+\infty)$
	$0<a<1,y$递减，$x\in(-\infty,0)$时，$y\in(1,+\infty)$ $x\in(0,+\infty)$时，$y\in(0,1)$	$0<a<1,y$递减，$x\in(0,1)$时，$y\in(0,+\infty)$ $x\in(1,+\infty)$时，$y\in(-\infty,0)$

指数运算	对数运算
$a^N=b\Leftrightarrow\log_a b=N$ $a^{\log_a x}=x(a>0,a\neq1,x>0)$ $\log_a a^x=x(a>0,a\neq1,x\in R)$	
$a^m\cdot b^n=a^{m+n}$ $(a^m)^n=a^{mn}$ $(ab)^n=a^n\cdot b^n$ $a>0,b>0,m,n\in R$	$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$ $\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$ $\log_a M^n=n\log_a M$ $\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$（换底公式） $M>0,N>0,a>0,a\neq1,n\in R,b>0,b\neq1$

不等式

Ⅰ常见的不等式

- 一元一次不等式（组）
- 一元二次不等式（组）
- 分式不等式
- 简单高次不等式

Ⅱ不等式的基础性质

对称性	$a>b\Leftrightarrow b<a$
传递性	$a>b,b>c\Rightarrow a>c$
可加性	$a>b\Leftrightarrow a+c>b+c$　$a>b,c>d\Rightarrow a+c>b+d$
可乘性	$a>b,c>0\Rightarrow ac>bc$　$a>b,c<0\Rightarrow ac<bc$
乘方法则	$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n(n\in N且n>1)$
开方法则	$a>b>0\Rightarrow\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}(n\in N且n>1)$

Ⅲ常用的均值不等式及其推论

（当且仅当$a=b$时取等号）

$ab\in R^+$	$\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}\le\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
$ab\in R$	$ab\le\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\le\frac{a^2+b^2}{2}$

Ⅳ有关绝对值的不等式

- $\big\|\,\|a\|-\|b\|\,\big\|\le\|a\pm b\|\le\|a\|+\|b\|$
- $\|a_1+a_2+\cdots+a_n\|\le\|a_1\|+\|a_2\|+\cdots+\|a_n\|$
- $\|ab\|=\|a\|\cdot\|b\|,\left\|\frac{a}{b}\right\|=\frac{\|a\|}{\|b\|}(b\neq0)$
- 若$m>0$,则$\|x-a\|\le m\Leftrightarrow a-m\le x\le a+m$
- $\|x-a\|\ge m\Leftrightarrow x\ge a+m$或$x\le a-m$

数列

Ⅰ等差数列 $a_n-a_{n-1}=d(n\ge2,d为常数)$

通项公式	$a_n=a_1+(n-1)d=a_m+(n-m)d$
等差中项	$A=\frac{a+b}{2}$
常用性质	$a_m+a_n=a_p+a_q(m+n=p+q)$
前n项的和	$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]$

Ⅱ等比数列 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=q(n\ge2,q为常数)$

通项公式	$a_n=a_1\cdot q^{n-1}=a_m\cdot q^{n-m}$
等比中项	$G=\pm\sqrt{ab}$
常用性质	$a_n\cdot a_m=a_p\cdot a_q(m+n=p+q)$
前n项的和	$S_n=\begin{cases}na_1(q=1)\\\frac{a_1-a_nq}{1-q}=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}(q\neq1)\end{cases}$

导数

Ⅰ导数概念

导数	$\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=f'(x_0)$	
导函数	$\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=f'(x)=y'$	
几何意义	割线的斜率	$\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$
	切线的斜率	$\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

Ⅱ定义求导步骤

第一步	求函数的增量 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$
第二步	求平均变化率 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$
第三步	取极限 $\lim\limits_{\Delta x\to0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=f'(x)$

Ⅲ函数的导数

$C'=0(C为常数函数)$	$(\log_a x)'=\frac{1}{x}\log_a e$
$(x^a)'=ax^{a-1}(a\in R)$	$(e^x)'=e^x$
$(\sin x)'=\cos x$	$(a^x)'=a^x\ln a$
$(\cos x)'=-\sin x$	$(\ln x)'=\frac{1}{x}$

Ⅳ导数运算法则与复合函数的求导法则

和（差）的导数	$(u\pm v)'=u'\pm v'$
积的导数	$(uv)'=u'v+uv'$
商的导数	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{vu'-uv'}{v^2}$
复合函数的导数	设$y=f(u)$, $u=\varphi(x)$,则$y_x'=y_u'u_x'$或$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$

Ⅴ导数的应用

函数的近似公式	$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x$
函数的单调性	在某个区间内，若$f'(x)>0$，则此区间为$f(x)$的递增区间
	在某个区间内，若$f'(x)<0$，则此区间为$f(x)$的递减区间
函数的驻点极值点	$f'(x_0)=0$的根为$f(x)$的驻点，设$f'(x_0)=0$ 在点x_0的左侧$f'(x)>0$，右侧$f'(x)<0$，则$x=x_0$时，$f(x_0)$为$f(x)$的极大值点，此时$f''(x_0)<0$ 在点x_0的左侧$f'(x)<0$，右侧$f'(x)>0$，则$x=x_0$时，$f(x_0)$为$f(x)$的极小值点，此时$f''(x_0)>0$ 如果在点x_0的左右侧$f'(x)$同号，则该驻点不一定是极值点，此时，$f''(x_0)=0$
求$f(x)$在$[a,b]$上的最值的步骤	求$f(x)$在$[a,b]$上的极值点$x_1,x_2,\cdots,x_m$
	$\max\{f(x_1),f(x_2),\cdots,f(x_m),f(a),f(b)\}$, $\min\{f(x_1),f(x_2),\cdots,f(x_m),f(a),f(b)\}$ 为$f(x)$在$[a,b]$上的最大值与最小值

三角函数

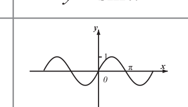
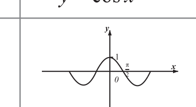
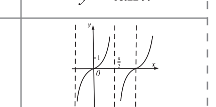
Ⅰ角的概念的推广与弧度制

诱导公式（奇变偶不变，符号看象限）

Ⅱ任意角的三角函数定义

两角三角函数的基本关系式

Ⅲ三角函数的图像与性质

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图像			
定义域	R	R	$\{x\mid x\in R且x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\}(k\in Z)$
值域	$[-1,1]$	$[-1,1]$	R
周期性	周期为2π	周期为2π	周期为π
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性	在$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$上都是增函数$(k\in Z)$ 在$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$上都是减函数$(k\in Z)$	在$[(2k-1)\pi,2k\pi]$上都是增函数$(k\in Z)$ 在$[2k\pi,(2k+1)\pi]$上都是减函数$(k\in Z)$	在$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$上都是增函数$(k\in Z)$

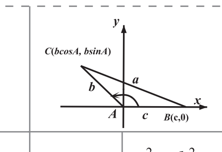
函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0),x\in R$的图像（略）和性质

振幅：A　频率：$f=\frac{1}{T}$　相位：$\omega x+\varphi$　初相：φ　周期：$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$

Ⅳ三角恒等变换

和（差）角公式	$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$ $\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\cdot\tan\beta}$
倍角公式	$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ $\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$
降幂公式	$2\cos^2\alpha=1+\cos2\alpha$　$2\sin^2\alpha=1-\cos2\alpha$
万能公式	$\sin\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$　$\cos\alpha=\frac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$

Ⅴ解三角形



余弦定理	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
正弦定理	$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R(R为\Delta ABC的外接圆半径)$
面积公式	$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=pr$ $\left(r为\Delta ABC的内切圆半径,p=\frac{1}{2}(a+b+c)\right)$

北大数院高考名师——赵炜

一图帮你梳理高中数学核心知识

Ⅰ直线系方程

过定点 (x_1,y_1) 的直线方程	$A(x-x_1)+B(y-y_1)=0\ (A^2+B^2\neq0)$
平行于直线 $Ax+By+C=0$ 的直线系方程	$Ax+By=\lambda$（λ为任意常数）
垂直于直线 $Ax+By+C=0$ 的直线系方程	$Bx-Ay=\lambda$（λ为任意常数）
过两直线 $A_ix+B_iy+C_i=0(i=1,2)$ 交点的直线系方程	$A_1x+B_1y+C_1+\lambda(A_2x+B_2y+C_2)=0$（$\lambda$为任意常数）

Ⅱ两直线的位置关系

$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$ $l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$	$A_i^2+B_i^2\neq0, i=1,2$
垂直的充要条件	$A_1A_2+B_1B_2=0$
平行的充要条件	$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$（当 $A_2B_2C_2\neq0$ 时）
重合的充要条件	$A_1=\lambda A_2, B_1=\lambda B_2, C_1=\lambda C_2$（$\lambda$是非零常数）或 $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$（当 $A_2B_2C_2\neq0$ 时）

Ⅲ直线方程

斜截式	$y=kx+b$
点斜式	$y-y_0=k(x-x_0)$
两点式	$(y-y_1)(x_2-x_1)=(y_2-y_1)(x-x_1)$
截距式	$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$
参数式	$\begin{cases}x=x_0+t\cos\alpha\\ y=y_0+t\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$是直线的倾角，$t=P_0P$）
一般式	直线 $Ax+By+C=0(A^2+B^2\neq0)$ 的方向向量为 $(B,-A)$；法向量为 (A,B)

Ⅳ基本公式

两点间的距离	$\lvert AB\rvert=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$
线段的定比分点公式	$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$
线段的中点坐标公式	$x=\frac{x_1+x_2}{2}\quad y=\frac{y_1+y_2}{2}$
点到直线的距离	$d=\frac{\lvert Ax_0+By_0+C\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}$
两平行线间的距离	$d=\frac{\lvert C_1-C_2\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}$

Ⅰ圆的方程

圆的标准方程	$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$
圆心和半径	(x_0,y_0)和r
原点为圆心、半径为r的圆的方程	$x^2+y^2=r^2$
圆的参数方程	$\begin{cases}x=r\cos\theta\\ y=r\sin\theta\end{cases}$

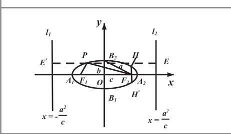
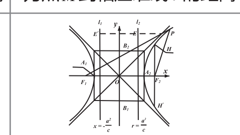
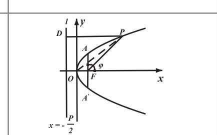
Ⅱ圆的一般方程（$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$）

$D^2+E^2-4F>0$	圆，半径 $\sqrt{D^2+E^2-4F}$ 圆心 $(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$
$D^2+E^2-4F=0$	表示一个点，即 $(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2})$
$D^2+E^2-4F<0$	不表示任何图形（无轨迹）

Ⅲ直线 $Ax+By+C=0$ 与圆 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ 的位置关系

相交 $\frac{\lvert Ax_0+By_0+C\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}<r$	相切 $\frac{\lvert Ax_0+By_0+C\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}=r$	相离 $\frac{\lvert Ax_0+By_0+C\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}>r$

Ⅰ圆锥曲线

	椭圆	双曲线	抛物线
定义	1.集合 $\{M\,\|\,\lvert MF_1\rvert+\lvert MF_2\rvert=2a, 2a>\lvert F_1F_2\rvert\}$ 定点 F_1F_2 叫做椭圆的焦点 2.集合 $\{M\,\|\,\frac{\lvert MF\rvert}{d}=e, 0<e<1\}$ F为焦点，d为点M到相应准线l的距离	1.集合 $\{M\,\|\,\lvert\lvert MF_1\rvert-\lvert MF_2\rvert\rvert=2a, 0<2a<\lvert F_1F_2\rvert\}$ 定点 F_1F_2 叫做双曲线的焦点 2.集合 $\{M\,\|\,\frac{\lvert MF\rvert}{d}=e, e>1\}$ F为焦点，d为点M到相应准线l的距离	点集 $\{P\,\|\,\frac{\lvert PF\rvert}{d}=1\}$ F为焦点，d为点P到准线l的距离
图形			
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 长轴长 $\lvert A_1A_2\rvert=2a$ 短轴长 $\lvert B_1B_2\rvert=2b$	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 实轴长 $\lvert A_1A_2\rvert=2a$ 虚轴长 $\lvert B_1B_2\rvert=2b$	$y^2=2px(p>0)$ P为焦点到准线l的距离
参数方程	$x=a\cos\varphi\quad y=b\sin\varphi$（$\varphi$为参数）	$x=a\sec\theta\quad y=a\tan\theta$（$\theta$为参数）	

	椭圆	双曲线	抛物线
焦点	$F_1(-c,0),F_2(c,0)$ 焦距 $\lvert F_1F_2\rvert=2c$ $c^2=a^2-b^2$	$F_1(-c,0),F_2(c,0)$ 焦距 $\lvert F_1F_2\rvert=2c$ $c^2=a^2+b^2$	$F(\frac{p}{2},0)$
离心率	$e=\frac{c}{a}(0<e<1)$	$e=\frac{c}{a}(e>1)$	$e=1$
准线	$l_1:x=-\frac{a^2}{c}, l_2:x=\frac{a^2}{c}$	$l_1:x=-\frac{a^2}{c}, l_2:x=\frac{a^2}{c}$ 渐近线为$y=\pm\frac{b}{a}x$	$x=-\frac{p}{2}$
对称轴	$x=0,y=0$	$x=0,y=0$	$y=0$
焦半径	$\lvert PF_1\rvert=e\lvert PE'\rvert=a+ex$ $\lvert PF_2\rvert=e\lvert PE\rvert=a-ex$	当 $x\geq a$ 时，$\lvert PF_1\rvert=ex+a$，$\lvert PF_2\rvert=ex-a$ 当 $x\leq -a$ 时，$\lvert PF_1\rvert=-(ex+a)$，$\lvert PF_2\rvert=-(ex-a)$	$\lvert PF\rvert=x+\frac{p}{2}$
通径	$\lvert HH'\rvert=\frac{2b^2}{a}$	$\lvert HH'\rvert=\frac{2b^2}{a}$	$\lvert AA'\rvert=2p$
辅助圆	$x^2+y^2=a^2$(大) $x^2+y^2=b^2$(小)	$x^2+y^2=a^2$ $x^2+y^2=b^2$	
顶点	$(-a,0),(a,0),(0,-b),(0,b)$	$A_1(-a,0),A_2(a,0)$	$O(0,0)$

Ⅰ计数原理

1.排列	排列数公式	$A_n^m=n(n-1)\cdots(n-m+1)=\frac{n!}{(n-m)!}$（规定$0!=1$）
2.组合	组合数公式	$C_n^m=\frac{A_n^m}{A_m^m}=\frac{n!}{m!(n-m)!}$
	组合数性质	$C_n^m=C_n^{n-m}\qquad C_n^m+C_n^{m-1}=C_{n+1}^m$

3.二项式定理 $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots+C_n^ka^{n-k}b^k+\cdots+C_n^nb^n$

二项式定理的应用	近似值的计算
	整除及求余数问题
	不等的证明
	有关组合数的证明
二项展开式的通项	$T_{k+1}=C_n^ra^{n-k}b^k$
二项式系数性质	与首末两项等距离的项的二项式系数相等，即 $C_n^m=C_n^{n-m}$
	所有二项式系数的和等于2^n即 $C_n^0+C_n^1+C_n^2\cdots+C_n^{n-1}+C_n^n=2^n$
	当二项式系数的幂指数n为奇数时，中间两项的二项式系数最大，其值为 $C_n^{\frac{n-1}{2}}$、$C_n^{\frac{n+1}{2}}$；当二项式的幂指数n为偶数时，中间一项的二项式系数最大，其值为$C_n^{\frac{n}{2}}$

Ⅱ概率统计

1.不同事件的概率计算公式

当A是随机事件时	$P(A)=\frac{m}{n}$
当A、B互斥时	$P(A+B)=P(A)+P(B)$
当A、B相互独立时	$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$
当n次独立重复试验中恰好发生k次的概率	$P_n(k)=C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$

2.随机变量ξ的概率分布（ξ的分布列）及其性质

（1）.分布列

ξ	x_1	x_2	…	x_i	…
P	P_1	P_2	…	P_i	…

（2）.性质

$(1)p_i\geq0(i\geq1,2,\cdots,n);(2)p_1+p_2+\cdots+p_n=1$

ξ的数学期望（平均数，均值，期望） $E(\xi)=x_1P_1+x_2P_2+\cdots+x_nP_n,\cdots,E(a\xi+b)=aE(\xi)+b$	ξ的均方差（方差） $D(\xi)=(x_1-E(\xi))^2\cdot p_1+(x_2-E(\xi))^2\cdot p_2+\cdots+(x_n-E(\xi))^2\cdot p_n\cdots$ $\sqrt{D(\xi)}$ 叫ξ的标准差，记为$\sigma(\xi)$

3.随机变量ξ服从二项分布记作 $\xi\sim B(n,p)$（此时$E(\xi)=np$，$D(\xi)=npq$）

ξ	0	1	…
P	$C_n^0p^0q^n$	$C_n^1p^1q^{n-1}$	…
	k	…	n
	$C_n^kp^kq^{n-k}$	…	$C_n^np^nq^0$

4.抽样方法（三种抽样方法的共同特点是抽样的客观性与公平性）

简单随机抽样	一般地，设一个总体的个体数为N，如果通过逐个抽取的方法从中抽取一个样本，且每次抽取时各个个体被抽到的概率都相等，就称这种抽样方法为简单随机抽样
系统抽样	当总体中的个体数较多时，可将总体分成均衡的几个部分，然后按照预先定的规则，从每一部分抽取1个个体，得到所需样本，这种抽样叫做系统抽样
分层抽样	当已知总体由差异明显的 n 部分组成时，常将总体分成 n 部分，然后按照各部分所占的比例进行抽样，这种抽样叫做分层抽样

5.用样本估计总体

用样本频率分布估计总体分布，用样本估计总体，是研究统计问题的一个基本思想方法，由于总体分布通常不易知道，我们往往是用样本的频率分布去估计总体分布，一般地，样本容量越大，这种估计就越精确

用样本的数字特征估计总体的数字特征	众数、中位数、平均数
	标准差

6.正态分布

正态总体及曲线	在连续型总体中，应用最广泛的是呈正态分布的总体正态总体的概率密度函数是 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x\in R, \sigma>0$① 式中的实数$\mu$，$\sigma(\sigma>0)$是参数，分别表示总体的平均数与标准差。由于①式由参数μ，σ唯一确定，正态总体常记作$N(\mu,\sigma^2)$，它的密度曲线简称正态曲线。
正态曲线性质	曲线在X轴上方，并且关于直线 $X=\mu$ 对称
	曲线在 $X=\mu$ 时处于最高点，由这一点向左、右两边延伸时，曲线逐渐降低
	曲线的对称轴位置由μ确定；曲线的形状由σ确定，σ越大，曲线越“矮胖”，反过来曲线越“高瘦”

7.正态总体取值概率

经过理论上的计算，正态总体 $N(\mu,\sigma)$ 在三个区间的取值概率如下表所示：

区间	取值概率	
$(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$	0.6826	由上表可见，正态总体在$(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$以外取值的概率只有4.6%在$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$以外取值的概率不到0.3%。常称这些情况发生为小概率事件，可以为这些情况在一次试验中几乎是不可能发生的在生产中广泛运用的质量控制的根据是：小概率事件在一次试验中几乎不可能发生的原理
$(\mu-2\sigma,\mu+2\sigma)$	0.9544	
$(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$	0.9974	

8.标准正态分布	当 $\mu=0,\sigma=1$ 时，函数①可以化成：$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}, x\in R$ 这个正态分布为标准正态分布，记作 $N(0,1)$。由于它的应用广泛，已制成专门表格，在标准正态分布表中，相应于每一个x_0的函数值$\phi(x)$是指总体取小于x_0的值的概率【函数值$\phi(x_0)$实际上是正态总体】$N(0,1)$的累积分布函数，即 $\phi(x)=P(x<x_0)$
9.总体特征数的估计	总体平均数的估计：对于一个总体的平均数μ，可用样本平均数 $\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$ 对它进行估计
	总体方差的估计：对于一个总体的方差σ^2，可用样本方差 $S^2=\frac{1}{n}\left[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2\right]$

Ⅰ立体几何

1.空间几何体的表面积与体积

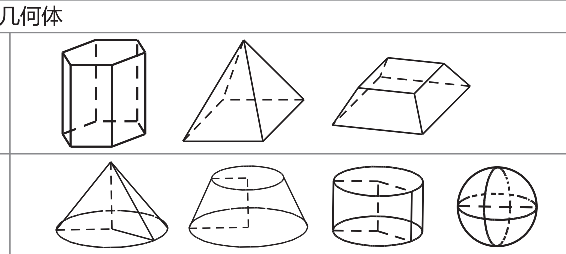
台体（圆台、棱台）	$S_{表面积}=S_侧+S_上+S_下$	$V=(S_上+S_下+\sqrt{S_上S_下})h$
柱体（圆柱、棱柱）	$S_{表面积}=S_侧+2S_底$	$V=Sh$
椎体（圆锥、棱锥）	$S_{表面积}=S_侧+S_底$	$V=\frac{1}{3}Sh$
球	$S_球=4\pi R^2$	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

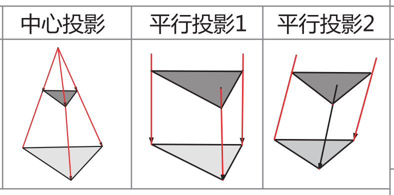
2.几何体的结构、三视图与直观图

（1）空间几何体

多面体

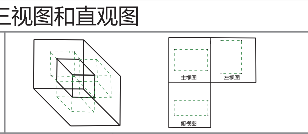
旋转体



投影	中心投影	平行投影1	平行投影2
光是直线传播的，由于光的照射，在不透明的物体后面的屏幕上可以留下这个物体的影子，这种现象叫投影。其中，把光线叫做投影线，把留下物体影子的屏幕叫投影面			

（2）三视图和直观图

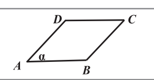
三视图



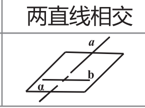
直观图	概念	用来表示空间图形的平面图形	
	画法	画底面，画轴，擦去辅助线	
	已知三视图画直观图	方法	1.斜二测画法 2.正等测画法
		原则	富有立体感 正确表达各主要元素之间的位置和数量关系 虚实分明

3.空间点、直线、平面之间的位置关系

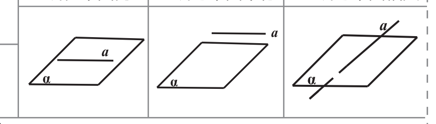
（1）平面

表示方法		
平面的基本性质	公理1	$\left.\begin{array}{l}A、B\in l\\ A、B\in\alpha\end{array}\right\}\Rightarrow l\subset\alpha$
	公理2	$A、B、C$不共线$\Rightarrow\alpha$∃唯一，$A、B、C\in\alpha$
	公理3	$\left.\begin{array}{l}A\in\alpha\\ A\in\beta\end{array}\right\}\Rightarrow l$∃唯一$=\alpha\cap\beta$，$A\in l$

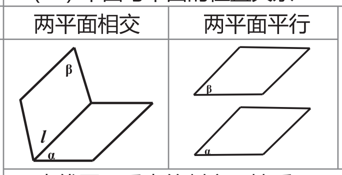
（2）直线与直线的位置关系

共面直线	两直线平行 两直线相交
异面直线	

（3）直线与平面的位置关系

直线在平面内	直线与平面平行	直线与平面相交
		

（4）平面与平面的位置关系

两平面相交	两平面平行
	

4.直线平面垂直的判定及性质

（1）直线与平面垂直

判定定理	$a//b, a\perp\alpha\Rightarrow b\perp\alpha$
	$a\subset\alpha, b\subset\alpha, a\cap b=A$
	$l\perp a, l\perp b\Rightarrow l\perp\alpha$
性质定理	$a\perp\alpha, b\perp\alpha\Rightarrow a//b$

（2）平面与平面垂直

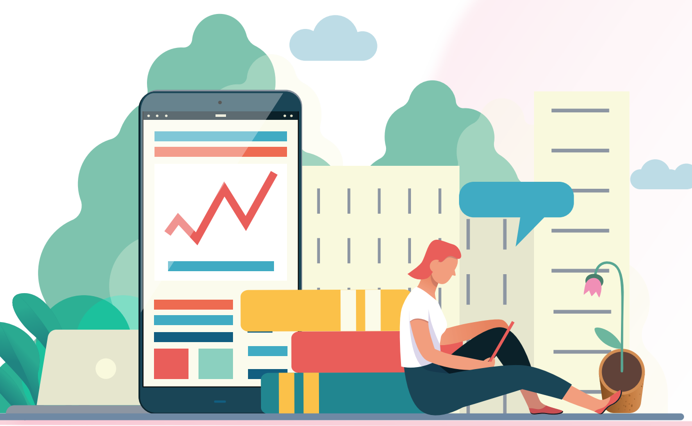
判定定理	$a\perp\beta, a\subset\alpha\Rightarrow\alpha\perp\beta$
	$\alpha\perp\beta, \beta//\gamma\Rightarrow\alpha\perp\gamma$
性质定理	$\alpha\perp\beta, \alpha\cap\beta=l, a\subset\alpha, a\perp l\Rightarrow a\perp\beta$
	$\alpha\cap\beta=l, \alpha\perp\gamma, \beta\perp\gamma\Rightarrow l\perp\gamma$
	$\left.\begin{array}{l}\alpha\cap\beta=a,\alpha\cap\gamma=b,\beta\cap\gamma=c\\ \alpha\perp\beta,\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma\end{array}\right\}\Rightarrow a\perp b, a\perp c, b\perp c$

（3）空间的角

1.异面直线所成的角　2.直线和平面所成的角　3.二面角

（4）空间距离

点到平面的距离	过该点的平面的垂线段长度
直线和平面的距离	直线和平面平行，直线上任一点到平面的距离
平行平面的距离	两个平行平面的公垂线段的长度
异面直线的距离	两条异面直线公垂线段的长度



5.直线、平面平行的判定及其性质

（1）直线与直线平行

判定定理	平面几何、立体几何中的相关定理
性质定理	平行线的传递性

（2）直线与平面平行

判定定理	$l\not\subset\alpha, a\subset\alpha, l//a\Rightarrow l//\alpha$
性质定理	$l//\alpha, l\subset\beta, \alpha\cap\beta=a\Rightarrow l//a$

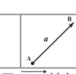
（3）平面与平面平行

判定定理	$l\perp\alpha, l\perp\beta\Rightarrow\alpha//\beta$ $\alpha//\gamma, \beta//\gamma\Rightarrow\alpha//\beta$ $a、b\subset\alpha, a\cap b=A, a//\beta, b//\beta\Rightarrow\alpha//\beta$
性质定理	$\alpha//\beta, a\subset\alpha\Rightarrow a//\beta$ $\alpha//\beta, \alpha\cap\gamma=a, \beta\cap\gamma=b\Rightarrow a//b$

Ⅱ平面向量

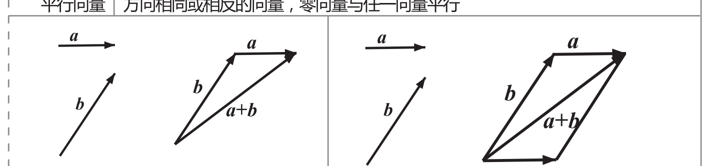
1.平面向量的基本概念及线性运算

（1）平面向量

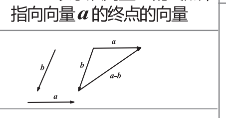
定义	既有大小又有方向的量
表示方法	几何表示法：有向线段 字母表示法 $\overrightarrow{AB}$ 或 $\boldsymbol{a}$ 
向量的模	向量$\overrightarrow{AB}$的大小，即向量$\overrightarrow{AB}$的长度（模），记作$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$

（2）常用向量

零向量	长度为0的向量
单位向量	长度等于1个单位长度的向量
相等向量	长度相等且方向相同的向量
平行向量	方向相同或相反的向量，零向量与任一向量平行



（3）线性运算

向量加法		向量减法	
向量加法的定义	求两个向量和的运算	相反向量	长度相等、方向相反的向量
加法法则	三角形法则与平行四边形法则	向量减法	求两个向量差的运算
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$模大小的关系	$\lvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert-\lvert\boldsymbol{a}\rvert\rvert\leq\lvert\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}\rvert\leq\lvert\boldsymbol{a}\rvert+\lvert\boldsymbol{b}\rvert$	减法的几何意义	$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$表示从向量$\boldsymbol{b}$的终点，指向向量$\boldsymbol{a}$的终点的向量
向量加法运算律	交换律 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$ 结合律 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$		

数乘运算	
向量数乘的概念	实数λ与向量$\boldsymbol{a}$的积是一个向量，记作$\lambda\boldsymbol{a}$，$\lvert\lambda\boldsymbol{a}\rvert=\lvert\lambda\rvert\lvert\boldsymbol{a}\rvert$；$\lambda>0$，$\lambda\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{a}$的方向相同，$\lambda<0$，$\lambda\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{a}$的方向相反，$\lambda=0$，$\lambda\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$
运算律	1. $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$　2. $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$　3. $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$
向量的线性运算	向量的加、减及数乘运算统称向量的线性运算
共线定理	向量$\boldsymbol{b}$与非零向量$\boldsymbol{a}$共线 $\Leftrightarrow$ 有且只有一个实数λ，使得$\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

2.平面向量的基本定理及其数量积

（1）坐标运算

平面向量的坐标表示	向量$\overrightarrow{OA}$的坐标等于A点的坐标
向量运算的坐标表示	若$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1),\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $(1)\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b}=(x_1+y_1)\pm(x_2+y_2)=(x_1\pm x_2,y_1\pm y_2)$ $(2)\lambda\boldsymbol{a}=\lambda(x_1,y_1)$
	若$A=(x_1,y_1),B=(x_2,y_2)$，则 $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$
向量平行的坐标表示	若$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1),\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=\boldsymbol{0}$
数量积的坐标运算	设$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1),\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，则 $(1)\boldsymbol{a}=(x,y)\Leftrightarrow\lvert\boldsymbol{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$ 若$A=(x_1,y_1),B=(x_2,y_2)$，则 $\lvert AB\rvert=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$ （两点间的距离公式） $(2)\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{\lvert\boldsymbol{a}\rvert\cdot\lvert\boldsymbol{b}\rvert}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$ $(3)\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=\boldsymbol{0}$

（2）平面向量的数量积

数量积的性质

设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$都是非零向量，$\boldsymbol{e}$是与$\boldsymbol{b}$方向相同的单位向量，$\theta$是$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{e}$的夹角，则

$(1)\boldsymbol{e}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}=\lvert\boldsymbol{a}\rvert\cos\theta$

$(2)\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$

(3)当$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$同向时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert$；当$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$反向时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert$；

特别地$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\lvert\boldsymbol{a}\rvert^2$或$\lvert\boldsymbol{a}\rvert=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$

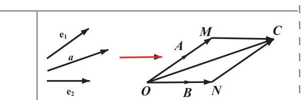
(4)若θ为$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的夹角，则$\cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{\lvert\boldsymbol{a}\rvert\cdot\lvert\boldsymbol{b}\rvert}$

$(5)\lvert\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\rvert\leq\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert$

数量积的定义

向量的夹角	已知两个非零向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$，作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则$\angle AOB=\theta(0^\circ\leq\theta\leq180^\circ)$叫做向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$的夹角
向量的数量积	设$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$是任意两个非零向量，它们之间的正方向的夹角为$\theta$，$\boldsymbol{0}\leq\theta\leq\pi$，那么数量$\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert\cos\theta$叫做$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的数量积，记作$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$
投影	$\lvert\boldsymbol{a}\rvert\cos\theta$或$(\lvert\boldsymbol{b}\rvert\cos\theta)$叫做向量$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$方向上（或$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$方向上）的投影
	$\boldsymbol{a}$的长度与$\boldsymbol{b}$在$\boldsymbol{a}$方向上的投影的乘积为数量积的几何意义

（3）平面向量基本定理

定理	向量e_1,e_2是同一平面内的两个不共线向量，那么该平面内的任一向量$\boldsymbol{a}$，存在唯一一对实数，使得$\boldsymbol{a}=\lambda_1e_1+\lambda_1e_2$，我们把$e_1,e_2$叫做这一平面内所有向量的一组基底	
推论	O为原点，A,B,C为平面内三点A,B,C三点在一条直线上$\Leftrightarrow\overrightarrow{OC}=\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}$，且$\alpha+\beta=1$